

## Набор сценариев для проведения образовательных мероприятий с использованием имитационно-обучающей системы «ФИНГРА»

### Оглавление

Набор сценариев для проведения образовательных мероприятий с использованием имитационно-обучающей системы «ФИНГРА» .....	1
Сценарий «Ведение семейного бюджета».....	2
Сценарий «Покупка электроники/бытовой техники» .....	4
Сценарий «Покупка автомобиля» .....	6
Сценарий «Покупка недвижимости» .....	8
Сценарий «Ремонт и благоустройство» .....	10
Сценарий «Формирование сбережений».....	12
Сценарий «Инвестиции на валютном и фондовом рынке».....	14
Сценарий «Забота о здоровье» .....	16
Сценарий «Отдых и путешествия» .....	19
Сценарий «Образование, карьера и обеспечение старости».....	22
Комплекс практических заданий, направленных на принятие финансовых решений в ситуациях, приближенных к реальным, для проведения образовательных мероприятий с использованием имитационно-обучающей системы «ФИНГРА» .....	27
Практические задания к сценарию «Ведение семейного бюджета» .....	27
Практические задания к сценарию «Покупка электроники/бытовой техники» .....	31
Практические задания к сценарию «Покупка автомобиля» .....	43
Практические задания к сценарию «Покупка недвижимости».....	55
Практические задания к сценарию «Ремонт и благоустройство».....	69
Практические задания к сценарию «Формирование сбережений» .....	78
Практические задания к сценарию «Инвестиции на валютном и фондовом рынке» .....	87
Практические задания к сценарию «Забота о здоровье» .....	94
Практические задания к сценарию «Отдых и путешествия» .....	103
Практические задания к сценарию «Образование, карьера и обеспечение старости» .....	115

## Сценарий «Ведение семейного бюджета»

**1. Проблемная ситуация: «Я поддерживаю желаемый уровень потребления, у меня есть финансовый резерв на случай форс-мажорной ситуации»**

Это необходимость может быть вызвана:

- Я должен зарабатывать достаточно на покрытие уровня расходов
- Необходимо соответствие желаемого уровня потребления и доходов
- Я хочу, чтобы при потере дохода на протяжении определенного периода времени я мог сохранить привычный уровень потребления

**2. Решение (сценарий считается отработанным): «Семейный бюджет сбалансирован, у меня есть финансовая подушка безопасности на случай чрезвычайных и кризисных жизненных ситуаций»****3. Ключевые развилки, возникающие при отработке сценария**

3.1. Весь размер вашего официального дохода стоит учитывать при формировании бюджета?

Подсказка: Доходы облагаются различными налогами (например, налог на доходы физических лиц, отчисления на пенсию)

3.2. Определить уровень расходов, которые могут поддерживать мое желаемое существование.

Подсказка: важно различать обязательные и расходы на дополнительные нужды.

3.3. Ваш текущий уровень потребления соответствует желаемому? Варианты ответа: да/нет

3.4. Как вы можете улучшить текущий уровень потребления? Варианты ответа: больше зарабатывать/оптимизировать структуру трат/взять кредит

Подсказка: расходы на базовые потребности должны быть сбалансированы таким образом, чтобы их обеспечение было возможно без кредитных средств.

3.5. Можно ли как-то оптимизировать ваши расходы?

3.6. У вас есть финансовая подушка безопасности на случай чрезвычайных и кризисных жизненных ситуаций? Три варианта ответа: Да, Нет, Не знаю

Подсказка: Финансовая подушка безопасности должна равняться 3-6 среднемесячным расходам домохозяйства.

3.7. Как рассчитать необходимый размер финансовой подушки безопасности?

Подсказка: Чтобы рассчитать необходимый размер финансовой подушки безопасности, стоит вести учет своих доходов и расходов. Это можно делать в тетради, в специальном excel файле, специальной программе учета или доверить банку, если все траты происходят по карте.

3.8. Как можно формировать финансовую подушку безопасности?

Подсказка: Стоит определить, какую долю от всех получаемых доходов (как регулярных, так и не регулярных) вы будете отправлять на сбережения. Рекомендуемая доля – не менее 10%. Сумма, которую можно направить на накопления образуется после вычета из получаемого дохода регулярных трат и выплат по кредитам (если они имеются)

3.9. Если вы планируете взять кредит, какую сумму ежемесячного платежа вы можете позволить себе без ущерба для своего бюджета?

Подсказка: Максимально приемлемая доля расходов на обслуживание долга составляет не более 30% от постоянного дохода.

3.10. Сколько вы можете тратить на инвестиции/развитие/здоровье/крупные покупки?

#### 4. Необходимые вводные для сценария

Так же, как и в других сценариях, на момент входа у участника имеется определённая сумма денег и запас удовольствия. По мере отработки сценария участник будет располагать данными о наличии у себя машины, дачи, своем регулярном доходе и повседневных расходах.

В каждый момент времени участнику могут быть предоставлены:

- Данные о размерах и статьях его основных доходов и расходов
- Условия по срочным банковским вкладам (срок, процентная ставка), в рублях и в иностранной валюте (для упрощения используется только одна валюта)
- Ставка подоходного налога
- Размер прожиточного минимума
- Размер взносов работодателя в фонды

## Сценарий «Покупка электроники/бытовой техники»

**1. Проблемная ситуация: «Хочу иметь дорогую престижную вещь (смартфон или планшет последней модели)»**

Это желание может быть вызвано:

- Необходимостью повысить эффективность работы (обладание современным гаджетом увеличивает производительность труда)
- Стремлением получать удовольствие от статуса обладания современной престижной вещью
- Статусными требованиями (при достижении определенного карьерного уровня наличие современных гаджетов является необходимым)
- Уменьшением стоимости и потерей потребительских свойств предыдущего гаджета

**2. Решение (сценарий считается отработанным): «У меня есть современный гаджет последней модели»****3. Ключевые развилки, возникающие при отработке сценария****3.1. Купить гаджет немедленно или подождать?**

Подсказка: если подождать некоторое время, можно купить гаджет по более низкой цене. Также возможно стоит учесть предполагаемый срок обновления модельного ряда: возможно стоит подождать и купить новый гаджет уже следующей модификации.

**3.2. Можно ли купить гаджет за свои средства?**

Подсказка: необходимо сопоставить имеющиеся средства и стоимость гаджета.

**3.3. Если своих средств не хватает, нужно копить или взять кредит?**

Подсказка: необходимо определить срок накопления. При расчете следует учитывать не только рост своих доходов, но и рост цен (развитие модельного ряда подразумевает, что каждый следующий гаджет стоит дороже предыдущей модели).

**3.4. Какой вид кредита использовать?**

Подсказка: для покупки гаджета можно использовать два типа кредитов: кредиты, оформляемые непосредственно в точках продаж (POS-кредиты) или кредиты, оформляемые в офисах. Кредит, оформляемые в офисах, выдаются под меньшую процентную ставку, однако покупка гаджета с помощью такого кредита требует времени. POS-кредиты позволяют купить гаджет сразу, что повышает удовольствие от покупки, но ставка выше.

**3.5. Стоит ли использовать рассрочку платежа?**

Подсказка: торговая сеть может предложить рассрочку – оплату стоимости гаджета равными долями в течение определенного срока.

**3.6. В какую финансовую организацию обратиться?**

Подсказка: кредит можно получить в банке и в МФО. В МФО существенно выше процентные ставки, при этом кредит выдается несколько быстрее и не происходит проверки кредитоспособности заемщика.

**3.7. Как определить первоначальный взнос?**

Подсказка: при увеличении первоначального взноса снижается сумма кредита и объем регулярных выплат, также при значительных объемах первоначального взноса уменьшается процентная ставка по кредиту. При этом важно сопоставлять снижение затрат на обслуживание кредита с упущенной выгодой от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты).

**3.8. Направлять дополнительные доходы (бонус за успешный проект, наследство и т.п.) на досрочное погашение?**

Подсказка: необходимо сравнить экономию от досрочного погашения и доходы, которые можно получить от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты). Остаток

задолженности по кредиту в каждый момент времени будет рассчитываться автоматически и предоставляться участнику.

#### **4. Необходимые вводные для сценария**

Так же, как и в других сценариях, на момент входа у участника имеется определённая сумма денег и запас удовольствия. По мере отработки сценария участник будет располагать данными о своем регулярном доходе и повседневных расходах. При этом купленный гаджет, в отличие от недвижимости или автомобиля, не может быть продан.

В каждый момент времени участнику могут быть предоставлены:

- Данные о стоимости гаджета (предполагается рост стоимости со временем) и срок обновления продуктового ряда.
- Условия POS-кредитов и потребительских кредитов, выдаваемых в офисах (срок, процентная ставка и дисконт за первоначальный взнос по каждому сроку), в банках и в МФО, включая штрафные санкции, накладываемые МФО в случае несвоевременного погашения кредита.
- Формула аннуитетного платежа и остаток задолженности
- Максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на погашение кредита
- Ставка по банковскому депозиту (в зависимости от срока)
- Рост производительности труда от использования нового гаджета
- Увеличение удовольствия от немедленного получения гаджета

## Сценарий «Покупка автомобиля»

**1. Проблемная ситуация: «Хочу ездить на автомобиле, по возможности иметь его в собственности»**

Это желание может быть вызвано:

- Стремлением сделать перемещения по городу более быстрыми и комфортными (автомобиль экономит время передвижения и позволяет получать удовольствие по сравнению с общественным транспортом)
- Стремлением получать удовольствие от статуса обладания автомобилем и от процесса вождения
- Дополнительными возможностями, возникающими при обладании автомобилем (например, наличие автомобиля позволяет расширить возможности отдыха)
- Желанием получить доход (за счет частного извоза по модели «Uber»)

**2. Решение (сценарий считается отработанным): «У меня есть свой или арендованный автомобиль, которым я пользуюсь для личных нужд и при желании имею дополнительный заработок от частного извоза»****3. Ключевые развилки, возникающие при отработке сценария****3.1. Какой автомобиль я хочу? Участникам предлагается на выбор 3 типа автомобиля: стандарт, бизнес и премиум.**

Подсказка: помимо цены, эти виды автомобилей отличаются разным уровнем комфорта и сроком амортизации. Кроме того, автомобиль премиум-класса позволяет активизировать функцию «личный шофер», что позволяет высвободить дополнительное время для работы.

**3.2. Купить или взять в аренду?**

Подсказка: покупка автомобиля требует крупной траты средств, но позволяет получить автомобиль в собственность. Аренда позволяет минимизировать расходы для решения проблемной ситуации, но средства, потраченные на арендную плату, теряются безвозвратно. Также в случае принятия решения об аренде автомобиля необходимо оценить эффективность аренды в сравнении с регулярным использованием такси.

**3.3. Можно ли купить автомобиль за свои средства?**

Подсказка: необходимо сопоставить имеющиеся средства и стоимость автомобилей разных категорий.

**3.4. Если своих средств не хватает, нужно копить или взять кредит?**

Подсказка: необходимо определить срок накопления. При расчете следует учитывать не только рост своих доходов, но и рост цены автомобиля.

**3.5. Брать автокредит или обычный потребительский кредит?**

Подсказка: автокредит дается под меньшую процентную ставку, однако требует обязательного страхования автомобиля. Кроме того, в случае потребительского кредитования продажа автомобиля возможна в любой момент, в случае автокредита – только после полного погашения кредита.

**3.6. Как определить оптимальный срок и процентную ставку?**

Подсказка: на рынке предлагаются кредиты двух сроков, при этом больший срок предполагает ставку ниже. Необходимо также будет рассчитать ежемесячный платеж для каждого вида кредита (формула аннуитетного платежа будет предоставлена участникам) и сопоставить его с ежемесячными доходами. При превышении доли выплат по кредиту (если есть иные кредиты – то по всем кредитам) в ежемесячных доходах экспертно заданного уровня, удовольствие будет экспоненциально уменьшаться.

**3.7. Как определить первоначальный взнос?**

Подсказка: при увеличении первоначального взноса снижается сумма кредита и объем регулярных выплат, также при значительных объемах первоначального взноса

уменьшается процентная ставка по кредиту. При этом важно сопоставлять снижение затрат на обслуживание кредита с упущенной выгодой от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты).

3.8. Нужно ли страховать автомобиль (если есть выбор)?

Подсказка: страхование автомобиля дает возможность возмещения ущерба в случае его повреждений. Стоимость страховки зависит от типа автомобиля и его текущей стоимости (с учетом амортизации).

3.9. Направлять дополнительные доходы (бонус за успешный проект, наследство и т.п.) на досрочное погашение?

Подсказка: необходимо сравнить экономию от досрочного погашения и доходы, которые можно получить от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты). Остаток задолженности по кредиту в каждый момент времени будет рассчитываться автоматически и предоставляться участнику.

3.10. Заниматься ли частным извозом в свободное от основной работы время?

Подсказка: необходимо сравнить размер дополнительного заработка (зависит от уровня автомобиля) и затраты по времени, ограничивающие возможности для других занятий, включая отдых и здоровье, а также снижение удовольствия.

3.11. В какой момент принять решение о продаже автомобиля и покупке нового?

Подсказка: необходимо учесть амортизацию автомобиля, рост цены на автомобили и уровень собственных доходов.

#### 4. Необходимые вводные для сценария

Так же, как и в других сценариях, на момент входа у участника имеется определённая сумма денег и запас удовольствия. По мере отработки сценария участник будет располагать данными о своем регулярном доходе и повседневных расходах.

В каждый момент времени участнику могут быть предоставлены:

- Данные о стоимости автомобилей трех типов (предполагается рост стоимости со временем) и размер амортизации (сумма ежегодного снижения стоимости автомобиля).
- Стоимость арендной платы по всем типам автомобилей
- Условия автокредитов и потребительских кредитов (срок, процентная ставка и дисконт за первоначальный взнос по каждому сроку)
- Стоимость страхования автомобиля по всем типам автомобилей (% от текущей стоимости)
- Вероятность гибели (полной потери стоимости) автомобиля по всем типам автомобилей
- Формула аннуитетного платежа и остаток задолженности
- Максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на погашение кредита
- Ставка по банковскому депозиту (в зависимости от срока)
- Почасовая ставка частного извоза (в зависимости от типа автомобиля). Она же используется в качестве стоимости услуг такси.
- Стоимость услуг личного водителя (в месяц)

## Сценарий «Покупка недвижимости»

**1. Проблемная ситуация: «Хочу жить самостоятельно, по возможности иметь свою недвижимость»**

Это желание может быть вызвано:

- Стремлением иметь собственную семью (собственная недвижимость позволяет это сделать с гораздо большим удовольствием, чем при совместном проживании с родителями);
- Стремлением к самостоятельному планированию жизни (позволяет максимально использовать имеющееся время и ресурсы для собственного развития)
- Инвестиционной привлекательностью недвижимости (возникает актив, стоимость которого со временем может значительно возрасти)
- Желанием получить доход (за счет сдачи недвижимости в аренду)

**2. Решение (сценарий считается отработанным): «Я живу в отдельной квартире (определенной категории), своей или арендованной. Дополнительно: я могу сдавать квартиру в аренду (если их несколько)»****3. Ключевые развилки, возникающие при отработке сценария**

3.1. Какую недвижимость я хочу? Участникам предлагается на выбор 3 типа недвижимости: стандарт, комфорт и премиум.

Подсказка: помимо цены, эти виды недвижимости отличаются возрастающим удовольствием от проживания, премиум-жилье также позволяет минимизировать транспортные издержки («живу рядом с работой») и получить дополнительное время для работы или досуга.

3.2. Купить или взять в аренду?

Подсказка: покупка квартиры требует крупной траты средств, но позволяет получить актив в собственность и рассчитывать на рост его стоимости в будущем. Аренда позволяет минимизировать расходы для решения проблемной ситуации, но средства, потраченные на арендную плату, теряются безвозвратно.

3.3. Можно ли купить квартиру за свои средства?

Подсказка: необходимо сопоставить имеющиеся средства и стоимость квартиры разных категорий.

3.4. Если своих средств не хватает, нужно копить или взять ипотечный кредит?

Подсказка: необходимо определить срок накопления. При расчете следует учитывать не только рост своих доходов, но и рост стоимости недвижимости. Также необходимо оценить оптимальный вариант проживания во время накопления: с родителями (с убывающим удовольствием) или в арендованной квартире.

3.5. Как определить оптимальный срок и процентную ставку?

Подсказка: на рынке предлагаются кредиты трех сроков, при этом чем больше срок, тем ниже ставка. Необходимо также будет рассчитать ежемесячный платеж для каждого вида кредита (формула аннуитетного платежа будет предоставлена участникам) и сопоставить его с ежемесячными доходами. При превышении доли выплат по ипотеке в ежемесячных доходах экспертно заданного уровня, удовольствие будет экспоненциально уменьшаться.

3.6. Как определить первоначальный взнос?

Подсказка: при увеличении первоначального взноса снижается сумма кредита и объем регулярных выплат, также при значительных объемах первоначального взноса уменьшается процентная ставка по кредиту. При этом важно сопоставлять снижение затрат на обслуживание ипотеки с упущенной выгодой от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты).

3.7. Направлять дополнительные доходы (бонус за успешный проект, наследство и т.п.) на досрочное погашение?

Подсказка: необходимо сравнить экономию от досрочного погашения и доходы, которые можно получить от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты). Остаток задолженности по ипотеке в каждый момент времени будет рассчитываться автоматически и предоставляться участнику.

3.8. Инвестировать ли, при наличии собственного жилья и достаточных средств на покупку квартиры, в покупку еще одной с целью извлечения прибыли?

Подсказка: необходимо учесть как рост стоимости жилья, так и доходы от сдачи жилья в аренду, сравнив с альтернативными источниками дохода (в частности с вложениями в банковские депозиты).

3.9. Брать ли кредит на покупку квартиры с целью сдачи ее в аренду?

Подсказка: необходимо сравнить расходы на обслуживание ипотеки и доход от арендной платы, учитывая при этом рост стоимости квартиры.

#### 4. Необходимые вводные для сценария

В начале обучения участники имеют опцию «живу с родителями», то есть не несут никаких расходов на жилье, но и не получают дополнительного удовольствия. Со временем «проживание с родителями» будет иметь снижать удовольствие.

Так же, как и в других сценариях, на момент входа у участника имеется определённая сумма денег и запас удовольствия. По мере отработки сценария участник будет располагать данными о своем регулярном доходе и повседневных расходах.

В каждый момент времени участнику могут быть предоставлены:

- Данные о стоимости квартир трех типов (предполагается рост стоимости со временем). Также будет сообщаться время, затрачиваемое на транспорт (для квартир сегментов стандарт и комфорт)
- Данные об арендной плате по трем типам квартир
- Условия ипотечных кредитов (срок, процентная ставка и дисконт за первоначальный взнос по каждому сроку)
- Формула аннуитетного платежа и остаток задолженности
- Максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на погашение кредита
- Ставка по банковскому депозиту (в зависимости от срока)

## Сценарий «Ремонт и благоустройство»

**1. Проблемная ситуация: «Хочу\ улучшить условия проживания и качество всего имеющегося жилья»**

Это желание может быть вызвано:

- Стремлением обеспечить более качественные условия проживания (увеличить удовольствие от жизни в собственной недвижимости);
- Желанием повысить инвестиционную привлекательность недвижимости
- Желанием увеличить доход, получаемый от сдачи недвижимости в аренду
- Ухудшением условия проживания (амортизация недвижимости)

**2. Решение (сценарий считается отработанным): «Условия жизни в моей квартире (в которой я живу сам или сдаю в аренду) улучшены»****3. Ключевые развилки, возникающие при отработке сценария**

3.1. Какой ремонт я хочу? Стоит ли вкладываться в ремонт существующей недвижимости или улучшить жилищные условия путем покупки новой квартиры более высокого уровня?

Подсказка: необходимо определить разницу в цене существующей квартиры и квартиры следующего уровня.

3.2. Можно ли сделать ремонт за свои средства?

Подсказка: необходимо сопоставить имеющиеся средства и стоимость ремонта.

3.3. Если своих средств не хватает, нужно копить или взять кредит?

Подсказка: необходимо определить срок накопления. При расчете следует учитывать не только рост своих доходов, но и рост цен на ремонт.

3.4. В какую финансовую организацию обратиться за кредитом?

Подсказка: кредит можно получить в банке и в МФО. В МФО существенно выше процентные ставки, при этом кредит выдается несколько быстрее и не происходит проверки кредитоспособности заемщика.

3.5. Как определить первоначальный взнос?

Подсказка: при увеличении первоначального взноса снижается сумма кредита и объем регулярных выплат, также при значительных объемах первоначального взноса уменьшается процентная ставка по кредиту. При этом важно сопоставлять снижение затрат на обслуживание кредита с упущенной выгодой от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты).

3.6. Делать ремонт с одновременным проживанием или на время ремонта арендовать иную недвижимость?

Подсказка: ремонт одновременно с проживанием существенно снижает удовольствие от жизни, но позволяет сэкономить на арендной плате за съемную недвижимость.

3.7. Делать ремонт самостоятельно либо нанимать профессионалов?

Подсказка: проведение ремонта самостоятельно требует времени, которое можно использовать иначе (на дополнительную работу или отдых) и уменьшает удовольствие, привлечение профессионалов означает увеличение расходов на ремонт.

3.8. Направлять дополнительные доходы (бонус за успешный проект, наследство и т.п.) на досрочное погашение?

Подсказка: необходимо сравнить экономию от досрочного погашения и доходы, которые можно получить от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты). Остаток задолженности по кредиту в каждый момент времени будет рассчитываться автоматически и предоставляться участнику.

#### 4. Необходимые вводные для сценария

Так же, как и в других сценариях, на момент входа у участника имеется определённая сумма денег и запас удовольствия. По мере отработки сценария участник будет располагать данными о своем регулярном доходе и повседневных расходах.

В каждый момент времени участнику могут быть предоставлены:

- Данные о стоимости ремонта, включая стоимость необходимых материалов (приобретаются в любом случае) и стоимость работ (оплачивается только в случае найма профессионалов). Стоимость зависит от типа квартиры (см. сценарий «Недвижимость»).
- Условия кредитов, выдаваемых в банках и в МФО, включая штрафные санкции, накладываемые МФО в случае несвоевременного погашения кредита.
- Формула аннуитетного платежа и остаток задолженности
- Максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на погашение кредита
- Инфляция (рост цен на ремонт)
- Ставка по банковскому депозиту (в зависимости от срока)
- Данные о стоимости квартир трех типов
- Данные об арендной плате по трем типам квартир

## Сценарий «Формирование сбережений»

### 1. Проблемная ситуация: «Хочу иметь достаточно денег для будущих трат, резерв на случай непредвиденных обстоятельств»

Это желание может быть вызвано:

- Необходимостью иметь финансовый резерв
- Стремлением накопить для реализации планов
- Желанием получать доход от имеющихся финансовых ресурсов
- Желанием чувствовать, что у меня есть сбережения и они надежно защищены

### 2. Решение (сценарий считается отработанным): «У меня есть достаточно финансовых ресурсов, размещенных в надежном банке»

### 3. Ключевые развилки, возникающие при отработке сценария

#### 3.1. Какую сумму стоит откладывать для накоплений?

Подсказка: сумма, которую можно направить на накопления образуется после вычета из получаемого дохода регулярных трат и выплат по кредитам (если они имеются)

#### 3.2. Как оптимально распределить имеющиеся средства на срочные вклады и ликвидные средства?

Подсказка: инфляция обесценивает наличные деньги. Поэтому в качестве инструмента поддержания ликвидности необходимо использовать сберегательные/накопительные счета, т.е. счета до востребования, на которые начисляется доход. Оптимальная величина для поддержания ликвидности – 2-3 месячных дохода. Последующие накопления стоит направлять на срочные вклады.

#### 3.3. На какой срок следует открывать вклад?

Подсказка: при выборе срока открытия вклада необходимо учитывать не только процентную ставку по вкладу, но и будущие планы, например – накопить на первоначальный взнос в ипотеку.

#### 3.4. Использовать вклад с капитализацией процентов или с ежемесячной выплатой процентов?

Подсказка: ежемесячная выплата процентов обоснована, если получаемый доход необходим поддержания уровня текущих расходов. Если регулярных доходов для этих целей достаточно, то предпочтительней использовать вклад с капитализацией процентов, так как доход по нему выше.

#### 3.5. Размещать средства в рублях или в иностранной валюте?

Подсказка: следует учесть не только конкретные условия по вкладам, но и возможную динамику валютных курсов.

#### 3.6. Стоит ли обращаться в небанковские финансовые организации, не обладающие защитой в форме страхования вкладов?

Подсказка: средства можно размещать не только в банки, но и в МФО. В МФО существенно выше процентные ставки, при этом существует вероятность в любой момент полностью потерять свои средства, в случае банкротства банков, депозиты до верхнего предела страховой суммы возвращаются вкладчику.

#### 3.7. Стоит ли досрочно прекращать вклад, если срочно понадобились средства (например на покупку только что вышедшей новой модели гаджета)?

Подсказка: при досрочном расторжении срочного вклада накопленные проценты теряются. Необходимо сопоставить эти потери и выплаты по кредитам, в случае кредитования на покупку гаджета, а также понять, достаточен ли рост удовольствия от такой покупки.

### 4. Необходимые вводные для сценария

Так же, как и в других сценариях, на момент входа у участника имеется определённая сумма денег и запас удовольствия. По мере отработки сценария участник будет располагать данными о своем регулярном доходе и повседневных расходах.

В каждый момент времени участнику могут быть предоставлены:

- Условия по срочным банковским вкладам (срок, процентная ставка), в рублях и в иностранной валюте (для упрощения используется только одна валюта)
- Условия по срочным вкладам в МФО, а также вероятность того, что в указанный срок МФО прекратит выплачивать вклады (увеличивается по мере роста срока)
- Процентная ставка по накопительным счетам в рублях
- Максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на накопления
- Величина страховой суммы, в пределах которой банк выплачивает страховое возмещение
- Инфляция
- Прогнозная динамика курса иностранной валюты
- Прогнозная динамика процентной ставки (изменение на X процентных пунктов в год)
- Величина прожиточного минимума

## Сценарий «Инвестиции на валютном и фондовом рынке»

**1. Проблемная ситуация: «Хочу заработать за счет вложений в разные финансовые инструменты»**

Это желание может быть вызвано:

- Желанием увеличить имеющиеся средства
- Стремлением получить больше, чем это позволяют вложения в банковские депозиты
- Готовностью брать на себя финансовый риск
- Стремлением чувствовать себя успешным человеком, освоившим современные экономические инструменты заработка

**2. Решение (сценарий считается отработанным): «Я заработал много (больше, чем размещаясь в надежные банки) денег, благодаря успешным инвестициям»****3. Ключевые развилки, возникающие при отработке сценария****3.1. Какую сумму можно направить в инвестиции?**

Подсказка: сумма, которую можно направить на инвестиции образуется после вычета из получаемого дохода регулярных трат и выплат по кредитам (если они имеются)

**3.2. Какие бывают виды инвестиций?**

Подсказка: помимо банковских депозитов инвестировать можно в иностранную валюту, ценные бумаги с фиксированным доходом (облигации) и в ценные бумаги с переменным доходом (акции).

**3.3. Обеспечивают ли инвестиции доходность в реальном выражении?**

Подсказка: необходимо сравнить доходность от вложений в инструменты с инфляцией.

**3.4. Стоит ли вкладывать средства в иностранную валюту? Как определить курс, при котором инвестиции в иностранную валюту выгодны?**

Подсказка: необходимо рассчитать доход от вложений в банковские депозиты в рублях, вычислить, при какой динамике курса можно получить такой же доход и сравнить с имеющимся прогнозом курса. Такой же расчет можно проделать, учитывая возможность размещения валюты на депозит в банке.

**3.5. Стоит ли вкладывать средства в облигации надежного эмитента (государства) с фиксированным доходом?**

Подсказка: необходимо сравнить доходность вложений в банковские депозиты и в облигации надежного эмитента с фиксированным доходом. Также, учитывая, что облигации в любой момент могут быть проданы по их текущей стоимости, следует сравнить их доходность с доходностью накопительных счетов в банках.

**3.6. Стоит ли вкладывать средства в облигации эмитента с риском (IT-компания) с фиксированным доходом?**

Подсказка: необходимо сравнить доходность вложений в банковские депозиты и облигации с фиксированным доходом с учетом риска невыплат, которые имеют эти облигации. Также, учитывая, что облигации в любой момент могут быть проданы по их текущей стоимости, следует сравнить их доходность с доходностью накопительных счетов в банках.

**3.7. Стоит ли вкладывать средства в инвестиции с переменным доходом (акции IT-компания)?**

Подсказка: необходимо определить срок инвестиций в эти акции (т.е. срок, в течение которого вложенные средства не предполагается выводить с рынка), рассчитать потенциальную доходность от этих инвестиций (на основании прогнозов аналитиков) и сравнить ее с доходностью вложений в банковские депозиты.

**3.8. Как определить оптимальную структуру (набор) инструментов с учетом риска вложений в них?**

Подсказка: необходимо рассчитать доходность нескольких предлагаемых профессиональными участниками рынка портфелей, с учетом риска и сравнить эти доходности между собой.

#### 4. Необходимые вводные для сценария

Так же, как и в других сценариях, на момент входа у участника имеется определённая сумма денег и запас удовольствия. По мере отработки сценария участник будет располагать данными о своем регулярном доходе и повседневных расходах.

Участнику предлагаются несколько видов инвестиций, при этом, для упрощения задачи, существует только один вариант вложения в инструмент каждого вида.

Виды предлагаемых инвестиций:

- Иностранная валюта
- Государственная облигация с фиксированным доходом
- Облигация частной IT-компании с фиксированным доходом
- Акция частной IT-компании.

В каждый момент времени участнику могут быть предоставлены:

- Текущий курс иностранной валюты
- Условия по облигациям с фиксированным доходом (срок, процентная ставка по купону, периодичность выплаты купона)
- Текущая стоимость облигаций обоих видов
- Текущая стоимость акций IT-компании
- Вероятность банкротства (невыплаты по облигациям и обнуления стоимости акций) IT-компании
- Условия по срочным банковским вкладам (срок, процентная ставка), в рублях и в иностранной валюте
- Процентная ставка по накопительным счетам в рублях
- Максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на накопления
- Величина страховой суммы, в пределах которой банк выплачивает страховое возмещение
- Инфляция (текущее значение и прогноз)
- Прогнозная динамика курса иностранной валюты
- Прогнозная динамика процентной ставки (изменение на X процентных пунктов в год)
- Прогнозная динамика стоимости облигаций обоих видов
- Прогнозная динамика стоимости акций

## Сценарий «Забота о здоровье»

**1. Проблемная ситуация: «Хочу улучшить свое здоровье и защититься от рисков серьезных заболеваний»**

Это желание может быть вызвано:

- Ухудшением качества жизни вследствие ухудшения здоровья (из-за возрастных изменений и/или перегрузок на работе или травм вследствие случайных происшествий);
- Снижением работоспособности из-за ухудшения здоровья (из-за возрастных изменений и/или перегрузок на работе или травм вследствие случайных происшествий);
- Стремлением по возможности обезопасить себя от риска серьезных заболеваний/травм;
- Желанием получить удовольствие от пребывания в улучшенном физическом состоянии.

**2. Решение (сценарий считается отработанным): «Я улучшил свое здоровье».****3. Ключевые развилки, возникающие при отработке сценария****3.1. Следует ли мне потратиться на медицинское обследование?**

Подсказка: уровень здоровья ухудшается с возрастом, от заболеваний (особенно быстро – если их не лечить), о переутомления и стрессов на работе. Уровень здоровья повышается от вложений в лечение и в профилактику/фитнесс/спорт.

Подсказка: регулярные медицинские обследования необходимы для понимания состояния своего здоровья, особенно по мере старения. Качественное обследование стоит денег, но своевременно выявленное заболевание вылечивается с большей вероятностью и с меньшими затратами.

**3.2. Следует ли мне немедленно решать проблемы со здоровьем, если они у меня есть?**

Подсказка: откладывание решения проблем со здоровьем может привести к внезапным обострениям и нетрудоспособности в самый неподходящий момент, а также к увеличению длительности и стоимости лечения.

**3.3. Если у меня есть проблемы со здоровьем, какими способами я могу их решить?**

Подсказка: есть разные варианты лечения заболеваний:

– стандартный с использованием государственной медицины (требует немного денег, много времени, уменьшает удовольствие от жизни, имеет сравнительно невысокую вероятность решения проблемы, недовосстанавливает здоровье до первоначального уровня);

– бизнес – платная отечественная медицина (по сравнению со стандартным вариантом требует много денег, меньше времени, не уменьшает удовольствие от жизни, имеет более высокую вероятность решения проблемы, восстанавливает здоровье до первоначального уровня);

– премиум – платная зарубежная медицина (по сравнению с бизнес-вариантом требует очень много денег, больше времени, увеличивает удовольствие от жизни, имеет еще более высокую вероятность решения проблемы, превосстанавливает здоровье выше первоначального уровня).

**3.4. Следует ли мне приобрести медицинскую страховку?**

Подсказка: наличие добровольного медицинского страхования позволяет пользоваться медицинскими услугами более высокого качества, при этом стоимость этих услуг по большинству заболеваний уже включена в страховку. Вместе с тем, если не пользоваться медицинскими услугами по страховке, расходы на нее окажутся всего лишь «платой за спокойствие».

Подсказка: с возрастом расходы на поддержание здоровья растут. При этом, если уже выявлены проблемы со здоровьем, приобрести медицинскую страховку модно только после решения этих проблем.

3.5. Какую медицинскую страховку мне нужно приобрести?

Подсказка: есть разные варианты дополнительного медицинского страхования, отличающиеся как качеством клиник, так и широтой покрываемых заболеваний:

- стандарт (требует сравнительно немного денег, покрывает базовую стоматологию и большинство заболеваний в базовом сегменте клиник, не включает в себя обследование);
- бизнес (требует больше денег, покрывает всю стоматологию и все неонкологические заболевания в премиальном сегменте клиник, включает медицинское обследование);
- премиум (требует еще больше денег по сравнению с премиальным, покрывает все заболевания, включая онкологические, в бизнес-сегменте клиник, включает медицинское обследование).

Подсказка: есть разные варианты дополнительного медицинского страхования, отличающиеся как качеством клиник, так и широтой покрываемых заболеваний:

Подсказка: с возрастом и ухудшением здоровья стоимость медицинской страховки растет:

3.6. Следует ли мне заняться улучшением своего здоровья (профилактикой заболеваний/фитнесом/спортом)?

Подсказка: затраты на здоровье улучшают качество жизни и повышают удовольствие, хотя и требуют не только денег, но и времени.

3.7. Какие есть варианты для улучшения своего здоровья?

Подсказка: есть разные варианты улучшения здоровья, которые отличаются затратами, повышением удовольствия от жизни и уровня здоровья:

- стандартный разовый: поездка на дачу/на природу (не требует денег, требует времени, немного увеличивает здоровье);
- стандартный регулярный: самостоятельные занятия спортом (бег, зарядка и т.п.) (не требует денег, требует времени, немного увеличивает здоровье);
- бизнес разовый: поездка в отечественный пансионат/санаторий (требует денег, требует времени, больше увеличивает здоровье);
- бизнес регулярный: занятия спортом/фитнесом в сетевом клубе (требует денег, требует времени, больше увеличивает здоровье);
- премиальный разовый: поездкой в зарубежный санаторий/SPA центр (требует много денег, требует много времени, существенно увеличивает здоровье);
- премиальный регулярный: занятия спортом/фитнесом в премиум-клубе (требует много денег, требует много времени, существенно увеличивает здоровье).

3.8. Достаточно ли своих средств?

Подсказка: необходимо сопоставить имеющиеся средства и варианты затрат на лечение/профилактику, с учетом снижения удовольствия от жизни и роста вероятности наступления нетрудоспособности от ухудшения здоровья.

3.9. Если своих средств не хватает, следует ли взять кредит?

Подсказка: необходимо определить срок накопления. При расчете следует учитывать не только рост своих доходов, но и увеличение вероятности наступления нетрудоспособности и снижение качества жизни.

3.10. Как определить оптимальный срок и процентную ставку?

Подсказка: на рынке предлагаются кредиты трех сроков, при этом чем больше срок, тем ниже ставка. Необходимо также будет рассчитать ежемесячный платеж для каждого вида кредита (формула аннуитетного платежа будет предоставлена участникам) и сопоставить его с ежемесячными доходами. При превышении доли выплат в ежемесячных доходах экспертно заданного уровня, удовольствие будет экспоненциально уменьшаться.

3.11. Как определить размер кредита?

Подсказка: при увеличении собственных средств снижается сумма кредита и объем регулярных выплат, также при значительных объемах первоначального взноса уменьшается процентная ставка по кредиту. При этом важно сопоставлять снижение затрат на обслуживание кредита с упущенной выгодой от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты).

3.12. Направлять дополнительные доходы (бонус за успешный проект, наследство и т.п.) на досрочное погашение?

Подсказка: необходимо сравнить экономию от досрочного погашения и доходы, которые можно получить от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты). Остаток задолженности по кредиту в каждый момент времени будет рассчитываться автоматически и предоставляться участнику.

#### 4. Необходимые вводные для сценария

В начале обучения участники имеют опцию «живу с родителями», то есть не несут никаких расходов на жилье, но и не получают дополнительного удовольствия. Со временем «проживание с родителями» будет иметь снижать удовольствие.

Так же, как и в других сценариях, на момент входа у участника имеется определённая сумма денег и запас удовольствия. По мере отработки сценария участник будет располагать данными о своем регулярном доходе и повседневных расходах.

В каждый момент времени участнику могут быть предоставлены:

- Уровень здоровья его персонажа (в процентах от максимального)
- Данные о стоимости страховок трех типов
- Данные о стоимости обследования и лечения
- Данные о стоимости занятий фитнесом и поездок в санаторий
- Условия потребительских кредитов (срок, процентная ставка и дисконт за первоначальный взнос по каждому сроку)
- Формула аннуитетного платежа и остаток задолженности
- Максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на погашение кредита
- Ставка по банковскому депозиту (в зависимости от срока)

## Сценарий «Отдых и путешествия»

**1. Проблемная ситуация: «Хочу поехать в отпуск отдохнуть»**

Это желание может быть вызвано:

- Я устал (длительная работа без перерывов приводит к снижению производительности труда и удовольствия от жизни)
- Я хочу повысить удовлетворенность жизнью, получив новые впечатления
- Хочу повысить свою производительность труда

**2. Решение (сценарий считается отработанным): «Я повысил удовлетворенность жизнью и восстановил производительность труда»****3. Ключевые развилки, возникающие при отработке сценария**

3.1. Какие направление и уровень качества вы выберете для отдыха? Всем участникам предлагается шесть вариантов на выбор:

	Стандарт	Бизнес	Премиум
Внутренний			
Внешний			

Подсказка: Помимо цены эти варианты отличаются качеством отдыха, уровнем комфорта и количеством впечатлений. Стандартный вариант отдыха подразумевает покупку тура (только денежные затраты), Бизнес – самостоятельную качественную подготовку отдыха (затраты и денег, и времени), Премиум – качественную подготовку люкс отдыха или персональный тур (только высокие денежные затраты).

3.2. Вы выбрали направление отдыха. Как вы туда доберетесь? Варианты ответа: на машине, поездом, самолетом.

Подсказка: Передвижение на машине тем дешевле, чем больше в ней пассажиров – затраты на бензин не зависят от их количества, однако, это самый медленный способ добраться до направления отдыха. Поезд – достаточно медленный вид транспорта, однако дешевле самолета. Самолет – самый быстрый и самый дорогой способ добраться до выбранного направления.

3.3. Вы хотите приобрести тур или самостоятельно забронировать авиабилеты и отель?

Подсказка: Помимо цены эти варианты отличаются качеством отдыха, уровнем комфорта и количеством впечатлений. Однако, при самостоятельной подготовке на это нужно потратить значительное количество времени, тем большее, чем выше качество тура.

3.4. Если выбран тур: Вы выберете тур со всеми включенными расходами (all inclusive) или оплатите только транспорт+проживание?

Подсказка: Тур со всеми включенными расходами позволяет не переживать ни о чем на месте, однако затраты на него могут оказаться выше, чем при самостоятельных тратах.

3.5. Поехать в отпуск немедленно или подождать?

Подсказка: если покупать билеты и бронировать отель заранее, можно приобрести такой же тур, но по более низкой цене. Также возможно учесть сезонность: возможно стоит подождать и поехать в отпуск не в горячий сезон.

3.6. Можно ли поехать отдыхать за свои средства?

Подсказка: необходимо сопоставить имеющиеся средства и стоимость отдыха.

3.7. Если своих средств не хватает, нужно копить или взять кредит?

Подсказка: необходимо определить срок накопления. При расчете следует учитывать не только рост своих доходов, но и рост цен.

3.8. В какую финансовую организацию обратиться?

Подсказка: кредит можно получить в банке и в МФО. В МФО существенно выше процентные ставки, при этом кредит выдается несколько быстрее и не происходит проверки кредитоспособности заемщика.

3.9. Как определить первоначальный взнос?

Подсказка: при увеличении первоначального взноса снижается сумма кредита и объем регулярных выплат, также при значительных объемах первоначального взноса уменьшается процентная ставка по кредиту. При этом важно сопоставлять снижение затрат на обслуживание кредита с упущенной выгодой от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты).

3.10. Направлять дополнительные доходы (бонус за успешный проект, наследство и т.п.) на досрочное погашение?

Подсказка: необходимо сравнить экономию от досрочного погашения и доходы, которые можно получить от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты). Остаток задолженности по кредиту в каждый момент времени будет рассчитываться автоматически и предоставляться участнику.

3.11. Какую сумму вы планируете взять с собой и иметь «в доступе»?

Подсказка: Наличные и безналичные деньги обладают разной ликвидностью. Во время отдыха случаются и не запланированные траты – о них нужно помнить.

3.12. В каком виде вы возьмете с собой денежные средства в отпуск? Участникам, выбравшим внутренний туризм предлагаются следующие варианты: наличные деньги, дебетовую карту, кредитную карту. Участникам, выбравшим выездной туризм, предлагаются следующие варианты: наличные деньги (рубли), наличные деньги (валюту), банковскую карту.

Подсказка: Не во всех странах можно обменять рубли на местную валюту напрямую (а там, где можно, обычно не выгодный курс), поэтому вопросом покупки универсальной валюты стоит обеспокоиться заранее. Можно снимать местную валюту со своей банковской карты в банкомате, а также использовать ее напрямую при оплате.

3.13. Планируете ли вы приобретать страховку для выезжающих за рубеж?

Подсказка: Приобретая страховку, вы вносите небольшой платеж, который гарантирует, что если с вами что-то случится во время отдыха, страховая компания оплатит все соответствующие расходы на лечение.

#### 4. Необходимые вводные для сценария

Так же, как и в других сценариях, на момент входа у участника имеется определённая сумма денег и запас удовольствия. По мере отработки сценария участник будет располагать данными о наличии у себя машины, дачи, своем регулярном доходе и повседневных расходах.

В каждый момент времени участнику могут быть предоставлены:

- Данные о стоимости отпуска (предполагается рост стоимости со временем).
- Условия потребительских кредитов, выдаваемых в офисах (срок, процентная ставка и дисконт за первоначальный взнос по каждому сроку), в банках и в МФО, включая штрафные санкции, накладываемые МФО в случае несвоевременного погашения кредита.
- Формула аннуитетного платежа и остаток задолженности
- Максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на погашение кредита
- Ставка по банковскому депозиту (в зависимости от срока)
- Курсы всех необходимых валют на нужные даты
- Рост производительности труда от типа отдыха
- Увеличение удовольствия от немедленной поездки отпуск
- Вероятность банкротства турфирмы

- Затраты на проезд в зависимости от средства передвижения
- Стоимость страховки выезжающего за рубеж

Размер затрат на медицинское обслуживание в случае наступления страхового случая

## Сценарий «Образование, карьера и обеспечение старости»

**5. Проблемная ситуация: «Хочу получить образование, найти работу своей мечты и хорошо жить в старости»**

Это желание может быть вызвано:

- Стремлением получить образование для продвижения по карьерной лестнице (приобретения сигнала о высоком уровне человеческого капитала для первичной занятости; получение дополнительных знаний и сертификатов по основной деятельности для повышения по должности и уровня зарплаты, расширение знаний и навыков для получения вторичной занятости и увеличения дохода);
- Стремлением получить образование для саморазвития и получения удовольствия;
- Продвижения по карьерной лестнице для получения большего дохода;
- Получения дополнительной работы для получения дополнительного дохода;
- Увеличения досуга (и связанного с ним здоровья и удовольствия) при сохранении целевого уровня дохода (за счет сокращения времени работы при повышении квалификации).
- Нежеланием отказываться от важных для меня стандартов жизни и уровня потребления
- Нежеланием работать в старости (в т.ч. по причине ухудшения здоровья с возрастом)
- Стремлением обеспечить себе комфортное существование на пенсии по причине снижения доходов с возрастом
- Осознанием необходимости увеличить расходы на здоровье с возрастом

**6. Решение (сценарий считается отработанным):** «Я получил образование, достиг желаемого этапа карьеры и к моменту прекращения активной трудовой деятельности у меня достаточный денежный запас»

**7. Ключевые развилки, возникающие при отработке сценария**

7.1. Какого уровня карьеру я хочу? Участникам предлагается на выбор 3 типа карьеры: специалист, руководитель и топ-менеджер.

Подсказка: помимо заработной платы, эти типы карьеры отличаются количеством времени, которое надо тратить на работу, и затратами здоровья. У специалиста фиксированное рабочее время 40 часов в неделю, руководитель работает с неограниченным графиком порядка 50 часов в неделю, топ-менеджер работает и по выходным более 60 часов в неделю с неограниченным графиком. Соответственно, затраты энергии и здоровья растут по мере развития карьеры.

7.2. Какое образование необходимо для достижения карьеры желаемого уровня?

Подсказка: чем выше уровень карьерных притязаний, тем больше придется вкладывать в ваш человеческий капитал: получать базовое и продвинутое образование, заниматься дополнительным образованием. Под базовым образованием понимается четырехлетний бакалавриат, при этом он может быть трех уровней (колледж или обычный вуз<sup>1</sup>, университет или топ-университет).

Под продвинутым образованием здесь понимается магистратура (российская или зарубежная) или программа MBA. Дополнительное образование может быть также трех уровней (самообразование с помощью книг и онлайн-курсов, посещение курсов и тренингов, участие в выездных обучающих программах).

---

<sup>1</sup> высшее учебное заведение, в определении Закона «Об образовании в Российской Федерации» - образовательная организация высшего образования - образовательная организация, осуществляющая в качестве основной цели ее деятельности образовательную деятельность по образовательным программам высшего образования и научную деятельность.

Важно, что чем более серьезный уровень и качество образования вы хотите получить, тем больше времени и средств вам придется на это потратить. Однако при этом и стартовая заработная плата будет выше, и расти она будет быстрее, и продвинуться по карьерной лестнице шансов будет больше.

7.3. Можно ли совмещать учебу и работу?

Подсказка: конечно, рост заработной платы и продвижение по карьерной лестнице связаны со стажем работы. Одновременно учась и работая, вы при этом получаете образование, и опыт, и деньги. Однако в топ-университетах и на зарубежных программах, не говоря уже об MBA, вы не сможете совмещать учебу и работу даже на половину занятости. Возможна будет только дополнительная подработка за счет досуга, все остальное время придется посвятить учебе.

7.4. Следует ли продолжать учебу после бакалавриата, или вместо магистерских программ стоит идти работать на полную занятость?

Подсказка: занятость может быть полной (исходя из 40-часовой недели для уровня специалистов, для руководителей выше) или частичной (20 часов в неделю для уровня специалистов, для уровня руководителей частичная занятость большая редкость). Фрилансерскую или предпринимательскую деятельность с точки зрения затрат времени и получения доходов можно без особого ограничения общности свести к этим основным видам. Начиная работать на полную ставку сразу после бакалавриата, вы быстрее получаете деньги и набираете трудовой стаж, но после магистратуры ваш стартовый уровень оплаты труда будет выше, и шансы перейти на уровень руководителей будут выше.

7.5. Следует ли заниматься дополнительным образованием?

Подсказка: дополнительное образование требует времени и средств, но при этом оно не только повышает ваш уровень знаний, но и приносит удовольствие. Вообще учиться и развиваться надо в течение всей жизни.

7.6. Можно ли получить желаемое образование за свои средства?

Подсказка: необходимо сопоставить имеющиеся средства и стоимость желаемого образования.

7.7. Если своих средств не хватает, нужно копить или взять образовательный кредит?

Подсказка: необходимо определить срок накопления. При расчете следует учитывать не только рост своих доходов, но и рост стоимости образования. Для образовательных кредитов характерно отсутствие погашений тела кредита во время получения обучения, выплачиваются только процентные платежи. Погашение основного тела долга вместе с оставшимися процентами начинается после получения образования. Но такие образовательные кредиты можно получить только на длительные образовательные программы (бакалавриат, магистратура, MBA. На короткие программы дополнительного образования придется брать обычные потребительские кредиты.

7.8. Как определить оптимальный срок и процентную ставку?

Подсказка: на рынке предлагаются кредиты трех сроков, при этом чем больше срок, тем ниже ставка. Необходимо также будет рассчитать ежемесячный платеж для каждого вида кредита (формула аннуитетного платежа будет предоставлена участникам) и сопоставить его с ежемесячными доходами. При превышении доли выплат по кредиту в ежемесячных доходах экспертно заданного уровня, удовольствие будет экспоненциально уменьшаться.

7.9. Как определить первоначальный взнос?

Подсказка: при увеличении первоначального взноса снижается сумма кредита и объем регулярных выплат, также при значительных объемах первоначального взноса уменьшается процентная ставка по кредиту. При этом важно сопоставлять снижение затрат на обслуживание кредита с упущенной выгодой от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты).

7.10. Направлять дополнительные доходы (бонус за успешный проект, наследство и т.п.) на досрочное погашение?

Подсказка: необходимо сравнить экономию от досрочного погашения и доходы, которые можно получить от инвестиций (в частности от вложения в банковские депозиты). Остаток задолженности по кредиту в каждый момент времени будет рассчитываться автоматически и предоставляться участнику.

7.11. Через сколько лет я планирую перестать получать заработную плату (выйти на пенсию)?

Подсказка: Пенсионный возраст в РФ установлен на уровне 55 лет для женщин и 60 лет для мужчин. Это не обязательный, а рекомендованный возраст выхода на пенсию. Чем позже вы примете решение о прекращении работы, тем выше будет размер выплачиваемой страховой пенсии. Однако, возраст выхода на пенсию ограничен не только вашим желанием, но и ожидаемой продолжительностью активной (здоровой) жизни.

7.12. Сколько я проживу на пенсии?

Подсказка: Ожидаемая продолжительность жизни обозначает среднее количество лет предстоящей жизни человека, достигшего данного возраста, при неизменной структуре смертности - и является итоговым показателем таблицы смертности. Ожидаемая продолжительность жизни при рождении не одно и то же со средним возрастом смерти. Например, ожидаемая продолжительность жизни женщин при рождении в 2014 г. составляла 80,38 лет, а ожидаемая продолжительность жизни женщин при выходе на пенсию в Москве в том же году – 28,4 г.

7.13. Какой уровень расходов я предполагаю для себя на пенсии? Варианты ответа: стандарт (расходы на уровне прожиточного минимума), бизнес (расходы на уровне половины моих текущих доходов) и премиум (расходы на уровне моих текущих доходов).

Подсказка: При выборе варианта ожидаемых расходов необходимо учитывать возрастные изменения потребностей и соответствующее изменение структуры трат.

7.14. Сколько денег мне будет нужно при выходе на пенсию?

Подсказка: При расчете суммы необходимо учесть, что остаток сбережений после начала трат все равно продолжает приносить доход.

7.15. Каким образом я получу необходимую сумму? Варианты ответов: накоплю сам, воспользуюсь услугами Негосударственного пенсионного фонда, предпочту комбинацию двух вариантов.

Подсказка: В данном сценарии предполагается, что в системе обязательного пенсионного страхования у работающих граждан формируются страховые пенсии на уровне прожиточного минимума с официального дохода, так называемой «белой зарплаты». Под услугами посредника в данном сценарии понимается негосударственный пенсионный фонд.

7.16. Сколько мне нужно будет откладывать ежемесячно по выбранному сценарию?

Подсказка: При расчете суммы необходимо учесть, что остаток сбережений приносит доход.

7.17. Как изменится сценарий, если произойдут существенные изменения в медицине/ я изменю профессию на другую, позволяющую дольше оставаться занятым (например, преподаватель) / серьезно заболею?

Подсказка: важно понимать, как чрезвычайные события могут повлиять на выбранный пенсионный план: например, улучшения в медицине могут как отсрочить выход на пенсию, так и продлить пребывание на ней – в зависимости от этого либо появится возможность копить дольше, либо придется копить дольше.

## 8. Необходимые вводные для сценария

В начале обучения участники выбирают уровень бакалавриата, в который они собираются поступать, и количество лет, которые они собираются готовиться к поступлению. Чем выше уровень

бакалавриата, тем дольше надо готовиться для поступления на бюджетные места, и тем дороже стоит платное обучение.

Так же, как и в других сценариях, на момент входа у участника имеется определённая сумма денег и запас удовольствия. По мере отработки сценария участник будет располагать данными о своем регулярном доходе и повседневных расходах.

В каждый момент времени участнику могут быть предоставлены:

- Средний уровень оплаты труда
- Данные об уровне (диапазоне) доходов и росте заработной платы по каждому типу карьеры.
- Возможные траектории карьерного продвижения.
- Стоимости обучения каждого типа и возможности совмещать обучения с работой.
- Условия потребительских кредитов (срок, процентная ставка и дисконт за первоначальный взнос по каждому сроку)
- Формула аннуитетного платежа и остаток задолженности
- Максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на погашение кредита
- Данные о размерах и статьях его основных доходов и расходов
- Условия по срочным банковским вкладам (срок, процентная ставка), в рублях и в иностранной валюте (для упрощения используется только одна валюта)
- Условия Негосударственного пенсионного фонда (срок и размер взносов, варианты и размер выплат)
- Размер прожиточного минимума
- Ожидаемый период выплаты пенсии
- Прожиточный минимум пенсионера

Участникам будет объяснена механика увеличения заработной платы и продвижения по карьерной лестнице. Например, без окончания бакалавриата, сразу после школы уровень зарплаты будет в половину от средней по стране (для примера среднюю по стране заработную плату примем за 30 тысяч рублей в месяц, тогда неквалифицированный труд сразу после завершения школы будет приносить 15 тысяч рублей в месяц при полной занятости). При начале работы после окончания бакалавриата первого уровня стартовая заработная плата будет выше, на уровне 20 тысяч рублей в месяц; при начале работ после окончания бакалавриата второго уровня – 30 тысяч рублей в месяц, а после окончания топ-бакалавриата – 40 тысяч рублей в месяц. Стартовая заработная плата после окончания магистратуры первого уровня будет составлять уже 50 тысяч рублей в месяц, а магистратуры второго уровня – 60 тысяч рублей в месяц. Программы MBA доступны только людям, имеющим стаж работы на полную занятость.

При этом чем выше уровень образования, тем в большей степени увеличивается заработная плата. Например, если без бакалаврского образования ежегодно ставка оплаты труда растет на инфляцию минус один процентный пункт (то есть на 3% при 4%-ной инфляции), после магистратуры первого уровня – уже на уровень инфляции без дисконта, а после MBA – на уровне инфляции плюс один процентный пункт. Тем самым, каждый раз продвинутое образование повышает темп прироста заработной платы (на 1, 1,5 и 2 процентных пункта в зависимости от уровня программы), а дополнительное образование – тоже, но в меньшей степени (на 0,05, 0,1 и 0,5 процентных пункта в зависимости от уровня).

Карьерное продвижение так же зависит от уровня образования. Например, если путь от специалиста до руководителя будет занимать 20 лет при бакалаврском образовании первого уровня, то при дипломе второго уровня этот срок сократится до 15 лет, а при получении диплома топ-бакалавриата – до 10 лет. Получение магистерской степени первого уровня сокращает этот срок на 7 лет, а магистерской степени второго уровня – на 9 лет. Без бакалаврского диплома продвижение от карьеры специалиста к руководителю будет невозможно.

Аналогично, для продвижения от уровня руководителя до топ-менеджера необходим диплом продвинутого образования. Если при магистратуре первого уровня этот путь займет 20 лет, то при магистратуре второго уровня – 15 лет, а программа МВА сократит этот срок до 10 лет.

Конечно, эти сроки условны, но обучающимся важно понимать, что для выхода на качественно новый уровень карьеры требуется обучение, причем отнимающее и время и средства. Например, при обучении в бакалавриате топ-уровня, магистратуре второго уровня или программе МВА никакая частичная занятость не возможна. При этом магистратура 1-го уровня, или бакалавриат 2-го уровня допускают частичную занятость, а бакалавриат первого уровня – даже занятость на 75%. При этом стоимость этих программ также существенно отличается.

## Комплекс практических заданий, направленных на принятие финансовых решений в ситуациях, приближенных к реальным, для проведения образовательных мероприятий с использованием имитационно-обучающей системы «ФИНГРА»

Практические задания к сценарию «Ведение семейного бюджета»

Задача 1. Рассчитать размер необходимой финансовой подушки безопасности на случай чрезвычайных и кризисных жизненных ситуаций. Данные для расчета – основные статьи ежемесячных расходов.

**Дано:**

Перед Вами доходы и расходы в текущем месяце:

Доходы:	Расходы:
W – зарплата, рублей	X - обязательные расходы, рублей
P – премия, рублей	Y – необязательные расходы
R – совокупные доходы по инвестиционным инструментам (вклад, дивиденды по акциям, купоны по облигациям и т.д.), рублей	
G – гонорары, рублей	

**Принятие решения:**

d – доля ежемесячных доходов, которую надо откладывать на необходимую финансовую «подушку безопасности»

**Найти:**

B – необходимая финансовая «подушка безопасности»

**Решение:**

$$B = d * (W + P + R + G)$$

**Ответ:**

$$B = d * (W + P + R + G)$$

Задача 2. Перечислить основные статьи ежемесячных расходов.

**Дано:**

В текущем месяце у Вас были следующие расходы:

P	рублей	продукты питания
R	рублей	квартплата
T	рублей	оплата телефона и интернета
Q	рублей	затраты на развлечения, удовольствия
H	рублей	подарки родственникам и друзьям
A	рублей	заправка авто
I	рублей	ежемесячные выплаты по кредитам
U	рублей	оплата обучения

**Найти:**

C - размер обязательных расходов, рублей

**Решение:**

$$C = P + R + T + A + I + U$$

**Ответ:**

$$C=P+R+T+A+I+U$$

Задача 3. Сопоставить размер денежных средств, остающихся после всех расходов, с рекомендуемым размером средств, отправляемых на формирование подушки безопасности. Данные для расчета – собственный доход, ежемесячные расходы, рекомендуемая доля средств, направляемых на формирование подушки безопасности (10%).

**Дано:**

W – собственный доход, рублей в месяц

C – ежемесячные расходы, рублей

d – доля ежемесячных доходов, которую надо откладывать на финансовую «подушку безопасности»

**Найти:** Достаточно ли средств, откладываемых на формирование подушки безопасности.

**Решение:**

Сравнить:  $W-C$  и  $dW$

**Ответ:**

Если  $W - C \geq dW$ , то средств достаточно для формирования подушки безопасности, иначе – нет.

Задача 4. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для поездки в отпуск. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления, доходность вклада.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
a	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
S	рублей	общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма)
d	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

**Найти:**

t – время, необходимое для накопления средств, достаточных для совершения поездки, лет

**Решение:**

В периоде n необходимо накопить сумму, равную общей стоимости поездки:

$$12 * d * W_0 * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{t-1}) = S$$

**Ответ:**

$$t = \ln \left( \frac{a * S}{12 * d * W_0} + 1 \right) / \ln(1 + a)$$

Задача 5. Оценить максимально возможный размер ежемесячного платежа по кредиту, исходя из собственных доходов. Данные для расчета – собственный доход, максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
d	%	максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита

**Найти:**

X - максимально возможный размер ежемесячного платежа по кредиту, рублей

**Решение:**

$$W_0 * d = X$$

**Ответ:**

$$W_0 * d = X$$

Задача 6. Определить размер получаемого на руки дохода, при известном размере официальной заработной платы. Данные для расчета – размер официальной заработной платы, ставка подоходного налога.

**Дано:**

$W_0$	рублей	размер официальной заработной платы (до выплаты налогов)
$i$	%	размер подоходного налога, который платит работник

**Найти:**

$X$  - размер получаемого на руки дохода

**Решение:**

$$W_0 \cdot (1-i) = X$$

**Ответ:**

$$W_0 \cdot (1-i) = X$$

Задача 7. Определить размер всех налогов, уплачиваемых с заработной платы работодателем. Данные для расчета – размер официальной заработной платы, размер взносов в страховую и пенсионный фонды.

**Дано:**

$W_0$	рублей	размер официальной заработной платы работника (до выплаты налогов)
$i$	%	размер подоходного налога, который платит работник
$p$	%	отчисления в Пенсионный Фонд России, обязательно пенсионное страхование
$m$	%	отчисления на обязательное медицинское страхование
$s$	%	отчисления в Фонд социального страхования

**Найти:**

$X$  - размер всех налогов, уплачиваемых с заработной платы работодателем, рублей

**Подсказка:**

Для организаций, у которых нет права на использование пониженных тарифов, размер обязательных отчислений составит:

22% — отчисления в Пенсионный Фонд России, обязательно пенсионное страхование;

2,9% — отчисления в Фонд социального страхования;

5,1% — отчисления на обязательное медицинское страхование.

Налог на доход физических лиц уплачивается человеком (не учитывается при расчете размер всех налогов, уплачиваемых с заработной платы работодателем), организация выступает посредником при передаче денег от физлица Федеральной Налоговой Службе

**Решение:**

$$W_0 \cdot (s+p+m) = X$$

**Ответ:**

$$W_0 \cdot (s+p+m) = X$$

Задача 8. Определить доступный уровень потребления (в столбцах должна быть стоимость). Правильный ответ – текущих доходов хватает как минимум на все базовые потребности уровня стандарт.

**Дано:**

$W$  – суммарные расходы в текущем периоде

Числовой пример приведен в скобках (тыс. руб.)

Категория расходов	Стандарт	Бизнес	Премиум
Автомобиль	X1 (1)	X2 (4)	X3 (25)
<b>Домашнее хозяйство</b>	B1 (5)	B2 (7)	B3 (50)

Отпуск	T1 (12)	T2 (12)	T3 (12)
Питание	Y1 (10)	Y2 (25)	Y3 (100)
Досуг	U1 (1)	U2 (10)	U3 (50)
Рестораны, кафе	O1 (1)	O2 (20)	O3 (120)
Проезд, транспорт	K1 (2)	K2 (5)	K3 (20)
Уход за собой	P1 (2)	P2 (2)	P3 (40)
Медицина	M1 (1)	M2 (3)	M3 (30)
Одежда и обувь	R1 (1)	R2 (10)	R3 (40)

**Найти:**

$C$  – максимальную сумму расходов в текущем периоде

**Решение:**

$$C = X_i + V_i + T_i + Y_i + U_i + O_i + K_i + P_i + M_i + R_i \leq W$$

**Ответ:**  $C$

Задача 9. Рассчитать, на каком промежутке времени возможно существовать с отрицательным балансом между доходами и базовыми расходами (как с использованием кредита, так и без него). Данные для расчета – собственный доход, превышающие его базовые расходы, ставка по кредиту.

**Дано:**

$I$  – накопленные средства, рублей

$W$  – ежемесячные доходы, рублей

$C$  – ежемесячные расходы, рублей

**Найти:**

$t$  – время, когда с помощью накопленных средств перестанет получаться покрывать ежемесячное превышение доходов над расходами, месяцев

**Решение:**

$\left[ \frac{I}{C-W} \right]$  – целая часть от числа

**Ответ:**

$$\left[ \frac{I}{C-W} \right]$$

Задача 10. Рассчитать размер допустимых затрат на инвестиции/развитие/здоровье/крупные покупки. Данные для расчета – собственный доход, рассчитанный уровень потребления.

**Дано:**

$W$  – ежемесячные доходы, рублей

$C$  – ежемесячные обязательные расходы, рублей (из задачи 2)

$V$  – ежемесячные необязательные расходы, рублей (из задачи 2)

$d$  – доля ежемесячных доходов, которую надо откладывать на финансовую «подушку безопасности»

**Найти:**

$K$  – размер максимально допустимых затрат на инвестиции/ развитие/ здоровье/ крупные покупки, рублей

**Решение:**

$$(W - C - dW) = K$$

**Ответ:**

$$(W - C - dW) = K$$

## Практические задания к сценарию «Покупка электроники/бытовой техники»

**Задача 1.1** Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки гаджета. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления. Темпы роста заработной платы задается внешним образом. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темпы прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки, лет

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$12 * d * W_0 * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{n-1}) = S$$

**Ответ:**

$$n = \ln\left(\frac{a * S}{12 * d * W_0} + 1\right) / \ln(1 + a)$$

**Задача 1.2\*** Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки гаджета. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления, банковский вклад с капитализацией процентов. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма),
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для, лет

**Решение:**

1) Ежемесячно в периоде  $n$  на банковский депозит вносится сумма  $d * W_0$

За год можно накопить  $d * W_0 * \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}}$ , а еще через год эта сумма увеличится в

$(1 + \frac{i}{12})^{12}$  раз.

За все время  $N$  лет на депозите накопится

$$d * W_0 * \left(\frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}}\right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}$$

3) Находим  $N$ :

$$d * W_0 * \left(\frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}}\right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1} = S$$

**Ответ:**

$$N = \ln \left( \frac{S * \left( \left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - 1 \right)}{d * W_0 * \left( \frac{\left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right)} + 1 \right) // \ln \left( \left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \right)$$

**Задача 1.3** Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки гаджета. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темпы прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки, месяцев

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

1) Если  $t > 12$

$$t * d * W_0 * \left( 1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{\lfloor t/12 \rfloor - 1} \right) = S$$

В квадратных скобках – целая часть числа

2) Если  $t < 12$

$$t * d * W_0 = S$$

**Ответ:**

$$d = \frac{S}{t * W_0 * \frac{\left( (1+a)^{\lfloor t/12 \rfloor - 1} \right)}{a}} \quad \text{или} \quad d = \frac{S}{t * W_0}$$

**Задача 1.4** Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки гаджета. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления, банковский вклад с капитализацией процентов. Темпы роста заработной платы задается внешним образом. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Задача 1.4\***

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темпы прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S_k$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки, лет

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

1) При  $t > 12$  месяцев

За все время на депозите накопится

$$d * (W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^{\lfloor t/12 \rfloor} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$$

Находим d

$$d * (W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^{\lfloor t/12 \rfloor} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} = S$$

В квадратных скобках – целая часть числа

2) При  $t < 12$  месяцев

$$d * (W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^t - 1}{\frac{i}{12}} \right) = S$$

**Ответ:**

$$d = \frac{S * \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 * \frac{i}{12}}{(W_0) * \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 \right) * \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^{\lfloor t/12 \rfloor} - 1}$$

$$\text{или } d = \frac{S}{(W_0) * \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^t - 1 \right) / \frac{i}{12}}$$

**Задача 2** Оценить максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов. Данные для расчета – собственный доход, максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита, процентная ставка по кредиту. Для перевода ежемесячного платежа в итоговую сумму используется формула аннуитета, которая приводится в качестве подсказки/дополнительной информации. Для упрощения условий расчета используется 2 варианта срока, каждый со своей процентной ставкой. В качестве дополнительного параметра может быть установлен кредитный лимит (экспертная функция от дохода). В этом случае максимально возможный размер кредита – минимум из результатов оценки и кредитного лимита.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
d	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

Есть возможность взять один из двух кредитов:

	r – ставка по кредиту (% в год)	N – срок кредита, лет
Кредит 1	$r^1\%$	$N^1$
Кредит 2	$r^2\%$	$N^2$

L – экспертный лимит по кредиту (можно взять максимально возможный кредит, не превышающий экспертный лимит, установленный банком, рублей).

**Найти:**

K – максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов, рублей.

n – номер кредита, по которому можно получить максимально возможный размер кредита

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q - \text{ тело долга}$$

**Решение:**

Для расчета необходимо сравнить максимально возможный размер кредита по двум альтернативным вариантам:

$$\min \left( d * \frac{W_0}{\frac{\frac{r^1}{12} + \frac{\frac{r^1}{12}}{(1+\frac{r^1}{12})^{N_1*12}}}{-1}}; L \right) \text{ vs } \min \left( d * \frac{W_0}{\frac{\frac{r^2}{12} + \frac{\frac{r^2}{12}}{(1+\frac{r^2}{12})^{N_2*12}}}{-1}}; L \right)$$

Если суммы равны, то выбирается кредит в соответствии с собственными предпочтениями.

**Ответ:**

Номер кредита с максимально возможной суммой ( $k^*$ :  $r$  – ставка по кредиту, % годовых,  $N$  – срок кредита, лет)

**Задача 3** Определить, что выгоднее – POS-кредит (кредит в торговой точке) или потребительский кредит, оформляемый в офисе. Данные для расчета – процентные ставки по кредитам, время оформления кредита (немедленно или в течение нескольких дней).

**Дано:**

S	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
---	--------	--

Есть возможность взять один из двух кредитов:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет	Время оформления
Потребительский кредит (из задачи 2)	$r^1\%$	$N^1$	немедленно
Кредит POS	$r^{pos}\%$	$N^{pos}$	Через 10 дней

$L$  – экспертный лимит по кредиту (можно взять максимально возможный кредит, не превышающий экспертный лимит, установленный банком, рублей).

**Найти:**

$n$  – номер кредита, с минимальной переплатой

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q \text{ – тело долга}$$

**Решение:**

1) Сравнить переплату по потребительском и POS-кредиту

$$S * \left( \frac{\frac{r^1}{12} + \frac{\frac{r^1}{12}}{\left(1 + \frac{r^1}{12}\right)^{N^1*12}}}{-1} \right) * 12 * N^1 - S \quad \text{vs}$$

$$S * \left( \frac{\frac{r^{pos}}{12} + \frac{\frac{r^{pos}}{12}}{\left(1 + \frac{r^1}{12}\right)^{N^{pos}*12}}}{-1} \right) * 12 * N^{pos} - S$$

**Ответ:**  $n$  – номер кредита, с минимальной переплатой

**Задача 4** Определить выгоду, получаемую от использования рассрочки платежа. Данные для расчета – условия рассрочки

**Дано:**

S	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
---	--------	--

Условия рассрочки:

n	лет	время рассрочки
---	-----	-----------------

Кредит (из задачи 3)

	r – ставка по кредиту (% в год)	N – срок кредита, лет
Кредит (из задачи 3)	r%	N

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q \text{ – тело долга}$$

**Решение:**

- 1) Выгода от рассрочки – отсутствие переплаты по кредиту в размере  $S * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right) * 12 * N - S$

**Ответ:**  $S * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right) * 12 * N - S$  рублей

**Задача 5.1.** Определить экономическую целесообразность использования займа МФО, в случае если стоимость гаджета превышает максимально возможную долю дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита. Данные для расчета – процентные ставки по займам МФО (кредит на срок, не превышающий 30 дней, «до получки»).

**Дано:**

W <sub>0</sub>	рублей	заработная плата в начальном периоде
S	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
d	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

Есть возможность взять кредита МФО:

	r – ставка по кредиту (% в день)	Начисление процентов	N – срок кредита, дней	L – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	Выплата процентов и тела долга
Кредит МФО	r <sup>МФО</sup> %	ежедневно	N (не более 30 дней)	L	В конце срока

Способ начисления процентов: простые проценты

**Найти:**

Возможность погашения кредита МФО

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}})$ ;

- 2) Необходимо сравнить платеж по кредиту МФО и долю дохода, направляемую на обслуживание кредита

Если  $d * W_0 > X$

(где  $S$  – стоимость покупки, тело долга), то займ МФО целесообразен

- 3) Иначе – кредит нецелесообразен, так как возможности погашения кредита после получения зарплаты нет, и будут введены штрафные санкции

**Ответ:** кредит Мфо целесообразен/ нецелесообразен

**Задача 5.2** Определить экономическую целесообразность использования займа МФО, в случае если стоимость гаджета превышает максимально возможную долю дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита. Данные для расчета – процентные ставки по займам МФО (кредит на срок, не превышающий 30 дней, «до получения»).

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

Есть возможность взять кредита МФО:

	$r$ – ставка по кредиту (% в день)	Начисление процентов	$N$ – срок кредита, дней	$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	Выплата процентов и тела долга
Кредит МФО	$r^{\text{МФО}}\%$	ежедневно	$N$ (не более 30 дней)	$L$	В конце срока

Способ начисления процентов: сложные проценты

**Найти:**

Возможность погашения кредита МФО

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N$ ;
- 2) Необходимо сравнить платеж по кредиту МФО и долю дохода, направляемую на обслуживание кредита

Если  $d * W_0 > X$

(где  $S$  – стоимость покупки, тело долга), то займ МФО целесообразен

- 3) Иначе – кредит нецелесообразен, так как возможности погашения кредита после получения зарплаты нет, и будут введены штрафные санкции

**Ответ:** кредит Мфо целесообразен/ нецелесообразен

**Задача 5.3\*** Определить экономическую целесообразность использования займа МФО, в случае если стоимость ремонта превышает максимально возможную долю дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита. Данные для расчета – процентные ставки по займам МФО (кредит на несколько месяцев).

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

Есть возможность взять кредита МФО:

	г – ставка по кредиту (% в день)	Начисление процентов	N – срок кредита, недель	L – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	Выплата процентов и тела долга
Кредит МФО	$r^{\text{МФО}\%}$	ежедневно	N	L	Еженедельно

Способ выплаты процентов: аннуитетная схема

**Найти:**

Возможность погашения кредита МФО

**Подсказка:**

Еженедельная выплата по микрозайму рассчитывается по формуле:  $X = Q * \left( r + \frac{r}{(1+r)^{N-1}} \right)$ , где

г – еженедельная ставка ( $r=7*r^{\text{дн}}$ )

**Решение:**

- 1) Еженедельный платеж по данному кредиту составит:  $X = \min(S; L) * \left( r * 7 + \frac{7r}{(1+r*7)^{N-1}} \right)$
- 2) Необходимо сравнить платеж по кредиту МФО и долю дохода, направляемую на обслуживание кредита

Если  $d * W_0 > X$

(где S – стоимость покупки, тело долга), то займ МФО целесообразен

- 3) Иначе – кредит нецелесообразен, так как возможности погашения кредита после получения зарплаты нет, и будут введены штрафные санкции

**Ответ:** кредит Мфо целесообразен/ нецелесообразен

**Задача 6.1** Оценить размер штрафных санкций, которые будут наложены МФО в случае несвоевременного погашения кредита.

**Дано:**

S	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
---	--------	--

Берем кредит МФО:

	Кредит МФО
г – ставка по кредиту (% в день)	$r^{\text{МФО}\%}$
Начисление процентов	ежедневно
N – срок кредита, дней	N не более 30 дней)
Способ начисления процентов	простые проценты
L – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	L
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	z
Способ начисления штрафных процентов	простые проценты на общую сумму задолженности

**Найти:**  $Z$  – размер штрафных санкций, рублей

**Выбор:**  $K$  – период после окончания срока кредита МФО, в котором определяем  $Z$ , дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}})$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять  $z\%$  на общую сумму задолженности:

$$X = \min(S; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}}) * (1 + (z + r^{\text{МФО}}) * k)$$

**Ответ:** размер штрафа за  $k$  дней составит  $X = \min(S; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}})(z * k)$

**Задача 6.2\*** Оценить размер штрафных санкций, которые будут наложены МФО в случае несвоевременного погашения кредита.

**Дано:**

S	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
---	--------	--

Берем кредит МФО:

	Кредит МФО
$r$ – ставка по кредиту (% в день)	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
$N$ – срок кредита, дней	$N$ не более 30 дней)
Способ начисления процентов	сложные проценты
$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	$L$
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	$z$
Способ начисления штрафных процентов	сложные проценты на общую сумму задолженности

**Найти:**  $Z$  – размер штрафных санкций, рублей

**Выбор:**  $K$  – период после окончания срока кредита МФО, в котором определяем  $Z$ , дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять  $z\%$  на общую сумму задолженности:

$$X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N * (1 + (r^{\text{МФО}} + z))^k$$

**Ответ:** размер штрафа за  $k$  дней составит

$$X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N * ((1 + (z))^k - 1)$$

**Задача 7.1** Оценить время, в течение которого будет утрачено все имеющееся имущество в случае несвоевременного погашения кредита МФО и наложения штрафных санкций.

**Дано:**

S	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
I	рублей	стоимость имущества

Есть кредит МФО:

	Кредит МФО
г – ставка по кредиту (% в день)	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
N – срок кредита, дней	N не более 30 дней)
Способ начисления процентов	простые проценты
L – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	L
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	z
Способ начисления штрафных процентов	простые проценты на общую сумму задолженности

**Выбор:** Продолжаем или не продолжаем погашать кредит после истечения его срока

**Найти:** t – время, за которое имущество будет утрачено, дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}})$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять z% на общую сумму задолженности:  $X = \min(S; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}}) * (1 + k(r^{\text{МФО}} + z))$
- 3) Эта сумма будет равна размеру имеющегося имущества:

$$k = \frac{I}{\min(S; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}}) - 1} - 1$$

$$\text{Ответ: } k = \frac{I}{\min(S; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}}) - 1} - 1 \text{ дней}$$

Задача 7.2\* Оценить время, в течение которого будет утрачено все имеющееся имущество в случае несвоевременного погашения кредита МФО и наложения штрафных санкций.

**Дано:**

S	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
I	рублей	стоимость имущества

Есть кредит МФО:

	Кредит МФО
г – ставка по кредиту (% в день)	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
N – срок кредита, дней	N не более 30 дней)
Способ начисления процентов	сложные проценты

L – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	L
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	z
Способ начисления штрафных процентов	сложные проценты на общую сумму задолженности

**Выбор:** Продолжаем или не продолжаем погашать кредит после истечения его срока

**Найти:** t – время, за которое имущество будет утрачено, дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять z% на общую сумму задолженности:  $X = \min(S; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N * (1 + (r^{\text{МФО}} + z))^k$
- 3) Эта сумма будет равна размеру имеющегося имущества:

$$k = \ln\left(\frac{I}{\min(S; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N}\right) / \ln(1 + (r^{\text{МФО}} + z))$$

$$\text{Ответ: } k = \frac{\ln\left(\frac{I}{\min(S; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N}\right)}{\ln(1 + (r^{\text{МФО}} + z))} \text{ дней}$$

**Задача 8** Определить экономический эффект от покупки гаджета. Данные для расчета – уровень дохода, рост производительности труда.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде, зависит от производительности труда
y	%	рост производительности труда
S	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)

**Найти:**  $W_y - W_0$  - рост заработной платы благодаря росту производительности труда

**Решение:**

$$W_y - W_0 = W_0 * y$$

**Ответ:**  $W_0 * y$  рублей в месяц, гаджет окупится через  $S / W_0 * y$  месяцев

**Задача 9** Определить альтернативные варианты покупки гаджетов и выбрать наилучший. Данные для расчета – уровень дохода, рост производительности труда.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде, зависит от производительности труда
$y_i$	%	рост производительности труда
$S_i$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависит от типа гаджета
i		Тип гаджета, $i = \{\text{Стандарт; более дешевый; более дорогой}\}$

**Найти:**  $W_{y_i} - W_0$  - рост заработной платы благодаря росту производительности труда

**Решение:**

Тип  $i$ , при котором  $W_{yi} - W_0 = W_0 * u_i$  наибольшее

**Ответ:** Тип  $i = \{\text{Стандарт; более дешевый; более дорогой}\}$ , экономическая эффективность составит  $W_0 * u_i$  рублей в месяц, гаджет окупится через  $S_i / W_0 * u_i$  месяцев

**Задача 10** Определить оптимальный размер первоначального взноса. Вводится наличие собственных средств. Необходимо выбрать более выгодную из альтернатив – оформить кредит с большим первоначальным взносом или инвестировать.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
$d$	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)
$I$	рублей	собственные средства в начальном периоде

Есть возможность взять один из двух кредитов:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет	$a$ – первоначальный взнос
Кредит 1 (из задачи 3)	$r^1\%$	$N$	0%
Кредит 2	$r^2\%$	$N$	$a\%$

**Найти:**

Определить оптимальный размер первоначального взноса  $a$  (долю от стоимости покупки).

**Решение:**

1) Пусть первоначальный взнос составит  $a * S_k$ , тогда  $(I - a * S_k)$  можно положить в банк.

Итоговая стоимость квартиры, приобретенной с помощью кредита  $i$  составит:

$$K_1 = 12 * N * (1 - a) * S_k * \left( \frac{r^i}{12} + \frac{\frac{r^i}{12}}{\left(1 + \frac{r^i}{12}\right)^{N*12} - 1} \right) - (I - a * S_k) * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{N*12}$$

При нулевом взносе итоговая стоимость покупки составит:

$$K_2 = 12 * N * S_k * \left( \frac{r^i}{12} + \frac{\frac{r^i}{12}}{\left(1 + \frac{r^i}{12}\right)^{N*12} - 1} \right) - I * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{N*12}$$

2) Сравним итоговую стоимость покупки при каждом из вариантов финансирования:  $K_1$  и  $K_2$ . Выберем наименьшую

3)

**Ответ:** Номер кредита  $n^{**}$  такой, что  $\min(K_1; K_2)$

**Задача 11.** Задача для продвинутого уровня. Она решается потоком. Определить необходимость досрочного погашения. Данные для расчета – дополнительный доход. Необходимо рассчитать, что выгоднее – досрочное погашение или иная форма инвестиций (банковский депозит).

**Дано:**

$S_k$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
$i$	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)
$I$	рублей	дополнительный доход
$N_0$		дата единовременной выплаты

Для приобретения квартиры берем кредит:

	г – ставка по кредиту (% в год)	N – срок кредита, лет	a – первоначальный взнос
Кредит (из задачи 3)	r%	N	a%

**Найти:**

Необходимо ли досрочно погасить кредит?

**Решение:**

1) При инвестировании суммы доход от депозита составит:  $I * (1 + \frac{i}{12})^{(N^{**} - N_0) * 12}$ , а затраты на кредит без

досрочного погашения  $S * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) * 12 * N^{**}$

2) При частичном погашении уменьшается тело долга (X). X в t0 составляет  $S_k * m * (1 - a)$ . В каждом последующем периоде оно уменьшается на разницу аннуитетного платежа  $S * (1 - a) *$

$\left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right)$  и процентов за предыдущий период. X1 составит

$$S * (1 - a) * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) = S * (1 - a) * (1 - \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1})$$

$$X_2 = \left[ S_k * m * (1 - a) * \left( (1 - \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1}) \right) * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) \right]$$

...

$$X_n = X_{n-1} * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right)$$

3) Находим остаток тела долга на момент  $N_0$  и уменьшаем его на I.

По частично погашенному кредиту сумма платежей составит  $(X_{N_0} - I) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12 - N_0}{-1}} - 1} \right) *$

$12 * (N^{**} - N_0)$

4) Сравнить расходы при частичном погашении  $(X_{N_0} - I) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12 - N_0}{-1}} - 1} \right) * 12 * (N^{**} - N_0) +$

$$S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) * 12 * N_0 \text{ и без } S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) *$$

$$12 * N^{**} - I * (1 + \frac{i}{12})^{(N^{**} - N_0) * 12}$$

< - Стоит погасить кредит с помощью накопленной суммы, иначе – следует положить накопленную сумму в банк

**Ответ:** Стоит погасить кредит с помощью накопленной суммы/ Следует положить накопленную сумму в банк

## Практические задания к сценарию «Покупка автомобиля»

Задача 1.1. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки автомобиля каждого типа. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления. Темп роста заработной платы задается внешним образом. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления. – задача аналогична сценарию «Недвижимость».

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S_k$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

**Выбор:**

$k$  – желаемый тип автомобиля,  $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки автомобиля каждого типа, лет

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$12 * d * W_0 * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{t-1}) = S_k$$

**Ответ:**

$$t = \ln\left(\frac{a * S_k}{12 * d * W_0} + 1\right) / \ln(1 + a)$$

Задача 1.2\*. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки автомобиля каждого типа. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления, банковский вклад. Темп роста заработной платы задается внешним образом. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления. – задача аналогична сценарию «Недвижимость».

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S_k$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип автомобиля, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 1.1)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки автомобиля выбранного типа, лет

**Решение:**

1) В периоде  $N$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости выбранного автомобиля:  $S_k$

2) Ежемесячно в периоде  $n$  на банковский депозит вносится сумма  $d * W_0$

За год можно накопить  $d * W_0 * \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}}$ , а еще через год эта сумма увеличится в

$$\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \text{ раз.}$$

За все время  $N$  лет на депозите накопится

$$d * W_0 * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}$$

3) Находим N:

$$d * W_0 * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1} = S_k$$

**Ответ:**

$$N = \ln \left( \frac{S_k * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) + 1}{d * W_0 * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right)} \right) // \ln \left( \left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \right)$$

Задача 1.3. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки автомобиля каждого типа. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления. Темп роста заработной платы задается внешним образом. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления. – задача аналогична сценарию «Недвижимость».

**Дано:**

$W_0$	Рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S_k$	Рублей	общая стоимость автомобиля (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип автомобиля, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 1.1)

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки автомобиля выбранного типа

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$12 * d * W_0 * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{n-1}) = S_k$$

**Ответ:**

$$d = \frac{S_k}{12 * W_0 * \frac{((1 + a)^n - 1)}{a}}$$

Задача 1.4\*. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки автомобиля каждого типа. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления, банковский вклад. Темп роста заработной платы задается внешним образом. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления. – задача аналогична сценарию «Недвижимость».

**Дано:**

$W_0$	Рублей	заработная плата в начальном периоде
-------	--------	--------------------------------------

$S_k$	Рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип автомобиля, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 1.1)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки автомобиля выбранного типа, лет

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

1) В периоде  $N$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$S_k$$

2) За все время  $N$  на депозите накопится

$$d * (W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12N} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$$

3) Находим  $d$

$$d * (W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12N} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} = S_k$$

**Ответ:**

$$d = \frac{S_k * \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 * \frac{i}{12}}{(W_0) * \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12N} - 1 \right) \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$$

Задача 2. Оценить максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов. Данные для расчета – собственный доход, максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита, процентная ставка по кредиту. Для перевода ежемесячного платежа в итоговую сумму используется формула аннуитета, которая приводится в качестве подсказки/дополнительной информации. Для упрощения условий расчета используется 2 варианта срока, каждый со своей процентной ставкой. – задача аналогична сценарию «Недвижимость»

**Дано:**

$W_0$	рублей	зарплата в начальном периоде
$d$	%	доля заработной платы, которая может быть направлена на обслуживание кредита

Есть возможность взять один из двух кредитов:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет
Кредит 1	$r^1\%$	$N^1$
Кредит 2	$r^2\%$	$N^2$

$L$  – экспертный лимит по кредиту (можно взять максимально возможный кредит, не превышающий экспертный лимит, установленный банком), рублей

**Найти:**

$K$  – максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов, рублей.

$n$  – номер кредита, по которому можно получить максимально возможный размер кредита

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q - \text{ тело долга}$$

**Решение:**

Для расчета необходимо сравнить максимально возможный размер кредита по двум альтернативным вариантам:

$$\min \left( dW_0 * \left( \frac{r_1}{12} + \frac{\frac{r_1}{12}}{\left(1 + \frac{r_1}{12}\right)^{N_1*12} - 1} \right); L \right) \text{ vs } \min \left( dW_0 * \left( \frac{r_2}{12} + \frac{\frac{r_2}{12}}{\left(1 + \frac{r_2}{12}\right)^{N_2*12} - 1} \right); L \right)$$

Если суммы равны, то выбирается кредит в соответствии с собственными предпочтениями.

**Ответ:**

Номер кредита с максимально возможной суммой (Кредит\*:  $r$  – ставка по кредиту,  $N$  – срок кредита)

Задача 3. Определить, что выгоднее – автокредит или потребительский кредит. Данные для расчета – процентные ставки по кредитам, размер ежегодного страхового взноса (процент от текущей стоимости автомобиля).

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$d$	%	доля заработной платы, которая может быть направлена на обслуживание кредита
$S_k$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		желаемый тип автомобиля (из задачи 1.1), $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$

Есть возможность взять один из двух кредитов:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год) (ответ из задачи 2)	$N$ – срок кредита, лет	$f$ – размер ежегодного страхового взноса, % от стоимости автомобиля
Кредит 1	$r^1\%$	$N$	$0$
Кредит 2	$r^2\% = (r^1 - x)\%$	$N$	$f\%$

$L$	рублей	экспертный лимит по кредиту (можно взять максимально возможный кредит, не превышающий экспертный лимит, установленный банком).
-----	--------	--

**Найти:**

Оптимальный кредит:  $n$  – номер кредита

**Подсказка:**

Автокредит отличается от потребительского ежегодным страховым взносом, который рассчитывается как % от стоимости автомобиля. При неплатеже по автокредиту автомобиль переходит в собственность к банку.

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q - \text{ тело долга}$$



Задача 5. Определить оптимальный размер первоначального взноса. Вводится наличие собственных средств. Необходимо выбрать более выгодную из альтернатив – оформить кредит с большим первоначальным взносом или инвестировать. – задача аналогична сценарию «Недвижимость»

**Дано:**

I	рублей	собственные средства в начальном периоде
$S_k$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k^*$		тип автомобиля, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 4)

Есть возможность взять один из двух кредитов:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год) (из задачи 3)	$N$ – срок кредита, лет	$f$ – размер ежегодного страхового взноса, % от стоимости автомобиля	$P$ – первоначальный взнос, % от стоимости покупки
Кредит 1	$r^1\%$	$N$	$f\%$	$0\%$
Кредит 2	$r^2\% = (r^1 - x)\%$	$N$	$f\%$	$P\%$

L	рублей	экспертный лимит по кредиту (можно взять максимально возможный кредит, не превышающий экспертный лимит, установленный банком).
---	--------	--

Есть возможность инвестировать (положить деньги на вклад в банк):

d	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)
---	---	--

**Найти:**

$P$  – оптимальный размер первоначального взноса, %.

**Решение:**

Необходимо рассчитать затраты ( $V$ , рублей) по каждому из кредитов в конце периода:

*Кредит 1:*

$$V^1 = X^1 * 12N + S_k * f * N = 12N * S_k * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right) + S_k * f * N$$

*Кредит 2:*

$$V^2 = X^2 * 12N + S_k * f * N - S_k P * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{N*12} \\ = 12 * N * (1 - P) * S_k * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right) + S_k * f * 12N - P * S_k * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{N*12}$$

Сравниваем  $V^1$  и  $V^2$ .

**Ответ:**

Номер кредита (Кредит\*):  $r$  – ставка по кредиту,  $N$  – срок кредита,  $f$  – размер ежегодного страхового взноса,  $P$  – первоначальный взнос

**Задача повышенной сложности. Необходим расчет с потоком.**

Задача 6. Определить необходимость досрочного погашения. Данные для расчета – дополнительный доход. Необходимо рассчитать, что выгоднее – досрочное погашение или иная форма инвестиций (банковский депозит). – задача аналогична сценарию «Недвижимость»

**Дано:**

$S_k$	рублей за м <sup>2</sup>	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип автомобиля, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 3)
$i$	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)
$l$	рублей	дополнительный доход
$N_0$		Дата единовременной выплаты

Для приобретения автомобиля берем кредит:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет	$P$ – первоначальный взнос
Кредит (из задачи 5)	$r\%$	$N$	$a\%$

**Найти:**

Необходимо ли досрочно погасить кредит?

**Решение:**

1) При инвестировании суммы доход от депозита составит:  $l * (1 + \frac{i}{12})^{(N^{**} - N_0) * 12}$ , а затраты на

кредит без досрочного погашения  $S_k * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) * 12 * N^{**}$

2) При частичном погашении уменьшается тело долга ( $X$ ).  $X$  в  $t_0$  составляет  $S_k * (1 - a)$ . В каждом последующем периоде оно уменьшается на разницу аннуитетного платежа  $S_k * (1 - a) *$

$\left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right)$  и процентов за предыдущий период.  $X_1$  составит

$$S_k * (1 - a) * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S_k * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) = S_k * (1 - a) * (1 -$$

$$\frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1})$$

$$X_2 = \left[ S_k * (1 - a) * \left( (1 - \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1}) * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S_k * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) \right) \right]$$

...

$$X_n = X_{n-1} * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S_k * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right)$$

3) Находим остаток тела долга на момент  $N_0$  и уменьшаем его на  $l$ .

По частично погашенному кредиту сумма платежей составит  $(X_{N_0} - l) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12 - N_0}{-1}} - 1} \right) * 12 * (N^{**} - N_0)$

4) Сравнить расходы при частичном погашении  $(X_{N_0} - l) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12 - N_0}{-1}} - 1} \right) * 12 * (N^{**} - N_0) + S_k * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) * 12 * N_0$  и без  $S_k * (1 - a) *$

$\left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) * 12 * N_0$  и без  $S_k * (1 - a) *$

$$\left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{\frac{N^{**} * 12}{-1}} - 1} \right) * 12 * N^{**} - l * (1 + \frac{i}{12})^{(N^{**} - N_0) * 12}$$

< - Стоит погасить кредит с помощью накопленной суммы, иначе – следует положить накопленную сумму в банк

**Ответ:** Стоит погасить кредит с помощью накопленной суммы/ Следует положить накопленную сумму в банк

Задача 7. Сопоставить аренду и покупку автомобиля и принять решение о необходимости покупки или аренды. Период  $t$  лет

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$S_k$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$A_k$	рублей в месяц	ежемесячная стоимость аренды автомобиля, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип автомобиля, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 4)
$a$	%	первоначальный взнос
$i$	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)
$f$	%	ставка амортизации автомобиля (ежемесячная)

**Найти:**

Что выгоднее в данный момент: покупка автомобиля или аренда?

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q - \text{ тело долга}$$

**Выбор:** срок  $t$

**Решение:**

Если брать автомобиль в аренду, то ежемесячно можно копить:  $d * W_0 - A_k$

За  $N$  лет на депозите при ежемесячно пополнении будет храниться  $(d * W_0 - A_k) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) *$

$$\frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^t - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$$

При покупке автомобиля ежемесячно на накопления можно будет отчислять:  $d * W_0 -$

$X$  в периоде  $(0; N)$  и  $d * W_0$  в  $(N; t)$

За  $t$  лет на депозите при ежемесячно пополнении будет храниться  $(d * W_0 - X) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) *$

$\frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^N - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} + (d * W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^{t-N} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$ . Кроме того, к этой сумме необходимо

добавить конечную стоимость автомобиля:  $S_k * (1 - f)^{[t*12]}$  и вычесть первоначальный и страховой взнос  $a * S_k$

**Ответ:**  $(d * W_0 - X) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^N - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} + (d * W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) *$

$\frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^{t-N} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} + S_k * (1 - f)^{[N*12]} - a * S_k < (d * W_0 - A_k) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^t - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$  - аренда

выгоднее покупки. Иначе – покупка выгоднее аренды автомобиля за данный период

Задача 8. Оценить целесообразность аренды автомобиля в сравнении с регулярным использованием такси. Данные для расчета – стоимость аренды, стоимость услуг такси, время использования автомобиля.

**Дано:**

$L_k^*$	рублей	ежемесячная стоимость аренды, зависящая от класса автомобиля
$T_k^*$	рублей/мин.	поминутная ставка проезда на такси, зависящая от класса автомобиля
$k^*$		класс автомобиля (выбранный в четвертой задаче) $k^* = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$

**Выбор:**

$y$  – среднемесячное время одной поездки на автомобиле, минут

**Найти:**

$M$  – минимальное количество поездок, которые необходимо совершить в месяц, чтобы было целесообразным аренда автомобиля в сравнении с регулярным использованием такси.

**Решение:**

Сравнить ежемесячную стоимость аренды автомобиля выбранного класса и издержки пользования услугами такси для ежедневных поездок.

**Ответ:**

$$M = \frac{L_k^*}{T_k^* \cdot 30y}$$

Задача 9. Оценить необходимость оформления страховки на автомобиль. Данные для расчета: текущая стоимость автомобиля, плата за страховку, вероятность.

**Дано:**

$S^k$	рублей	стоимость автомобиля, зависящая от класса автомобиля
$A_k^*$	рублей	ежегодная стоимость страхового полиса, зависящая от класса автомобиля
$k^*$		класс автомобиля (выбранный в четвертой задаче) $k^* = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$g^{\text{эксп}}$	%	вероятность гибели автомобиля, оцениваемая экспертами

**Найти:**

Оценить необходимость оформления страховки на автомобиль.

**Подсказка:**

Страховые компании с помощью оценки возможности гибели автомобиля рассчитывают стоимость страхового полиса автомобиля. В самом общем случае стоимость страхового полиса рассчитывается следующим образом (как математическое ожидание полной гибели автомобиля):

$$A^k = g * S^k$$

**Решение:**

$$g^{\text{эксп}} \text{ vs } g = \frac{A^k}{S^k}$$

**Ответ:**

Необходимость оформления страховки на автомобиль при заданной вероятности гибели автомобиля, оцениваемой экспертами

Задача 10. Оценить стоимость замены автомобиля на новый. Рассчитать необходимый уровень затрат с учетом текущей стоимости имеющегося автомобиля, стоимости нового и имеющихся финансовых ресурсов.

**Дано:**

$S_{t=0}^{k^*}$	рублей	общая стоимость имеющегося автомобиля, зависит от класса автомобиля, купленного в периоде $t$ (дата)
-----------------	--------	--

$S_{t=l}^k$	рублей	стоимость новых автомобилей, которые можно купить сейчас, завит от класса автомобиля
$k^*$		класс автомобиля (выбранный в четвертой задаче) $k^* = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$l$	лет	время, прошедшее со времени приобретения автомобиля $k^*$
$h$	%	темп амортизации автомобиля в год, автомобиль амортизируется ежемесячно
$I$	рублей	собственные средства в текущем периоде

**Выбор:**

$k^{**}$  – желаемый тип автомобиля,  $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$

**Подсказка:**

Если в первом периоде автомобиль стоил  $S$  и он амортизируется с темпом  $h\%$  в год (амортизация происходит ежемесячно), то через месяц его стоимость будет равна  $S * \left(1 - \frac{h}{12}\right)$ , а через  $n$  месяцев  $S * \left(1 - \frac{h}{12}\right)^{n-1}$ .

**Найти:**

Рассчитать необходимый уровень затрат при покупке нового автомобиля желаемого типа ( $k^{**}$ ).

**Решение:**

Необходимый уровень затрат при покупке нового автомобиля желаемого типа равен:

$$S_{t=l}^{k^{**}} - S_{t=0}^{k^*} * \left(1 - \frac{h}{12}\right)^{l-1} - I$$

**Ответ:**

Затраты на покупку нового автомобиля выбранного класса составят:  $S_{t=l}^{k^{**}} - S_{t=0}^{k^*} * \left(1 - \frac{h}{12}\right)^{l-1} - I$

Задача 11. Оценить целесообразность использования автомобиля для частного извоза. Рассчитать получаемый доход, сопоставить его с амортизацией автомобиля.

**Дано:**

$S^{k^{**}}$	рублей	общая стоимость имеющегося автомобиля, завит от класса автомобиля, выбранного в задаче 10
$T_{k^{**}}$	рублей/мин.	поминутная ставка проезда на такси, рублей, зависит от класса имеющегося автомобиля, выбранного в задаче 10
$k^*$		класс автомобиля (выбранный в задаче 10) $k^* = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$y$	мин	среднемесячное время одной поездки на автомобиле
$u$	%	доля заработка за счет частных перевозок, которая отчисляется агрегатору таксомоторных услуг
$f$	рублей	стоимость 1 литра бензина
$G$	литров	средний расход бензина на 1 поездку по городу, зависит от зависит от класса имеющегося автомобиля, выбранного в задаче 10

**Найти:**

Число поездок в месяц, чтобы покрыть амортизацию автомобиля

**Подсказка:**

Если в первом периоде автомобиль стоил  $S$  и он амортизируется с темпом  $h\%$  в год (амортизация происходит ежемесячно), то через месяц его стоимость будет равна  $S * \left(1 - \frac{h}{12}\right)$ , а через  $n$  месяцев  $S * \left(1 - \frac{h}{12}\right)^{n-1}$ .

**Решение:**

$$\frac{S * \frac{h}{12}}{(1 - u) * y * T_{k^{**}} - f * G}$$

**Ответ:**

$$\text{число поездок} = \frac{S * \frac{h}{12}}{(1 - u) * y * T_{k^{**}} - f * G}$$

Задача 12. Оценить целесообразность использования личного водителя. При этом необходимо учитывать, что высвобождаемое время для работы ограничено (не более 2 часов в день), а оплата труда водителя производится ежемесячно.

**Дано:**

M	часы	ежедневное время работы
K	дней	число рабочих дней в месяц
$W_d$	рублей в месяц	заработная плата водителя, который работает столько же дней в неделю
X	часы	высвобождаемое время в день, которое можно потратить на работу с почасовой ставкой как на основной работе

**Найти:**

$W_0$  - заработная плата, рублей в месяц, при которой выгодно нанять водителя

**Решение:**

$$W_0 = \frac{W_d * M}{2}$$

**Ответ:**

$$W_0 = \frac{W_d * M}{2}$$

$$1) \text{ Целесообразность } W_0 + \frac{W_0}{M} * X - W_d > W_0$$

$$\frac{W_0}{M} * X - W_d > 0$$

$$\frac{W_0}{M} * X > W_d$$

Ответ: зарплата водителя должна быть не более  $\frac{W_0}{M} * X$  рублей, иначе он невыгоден.

Задача 13. Оценить целесообразность использования автомобиля для частного извоза при покупке автомобиля в кредит.

**Дано:**

$S^{k^{**}}$	рублей	общая стоимость имеющегося автомобиля, завит от класса автомобиля, выбранного в задаче 10
$T_{k^{**}}$	рублей/мин.	поминутная ставка проезда на такси, рублей, зависит от класса имеющегося автомобиля, выбранного в задаче 10
$k^*$		класс автомобиля (выбранный в задаче 10) $k^* = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
y	мин	среднемесячное время одной поездки на автомобиле
u	%	доля заработка за счет частных перевозок, которая отчисляется агрегатору таксомоторных услуг
f	рублей	стоимость 1 литра бензина

G	литров	средний расход бензина на 1 поездку по городу, зависит от класса имеющегося автомобиля, выбранного в задаче 10
---	--------	--

Для приобретения автомобиля берем кредит:

	r – ставка по кредиту (% в год)	N – срок кредита, лет
Кредит (из задачи 5)	r%	N

**Найти:**

Число поездок в месяц, чтобы покрыть платеж по кредиту

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q - \text{ тело долга}$$

**Решение:**

$$S_k * \frac{\left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right)}{(1-u) * y * T_{k**} - f * G}$$

**Ответ:** число поездок =  $S_k * \frac{\left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right)}{(1-u) * y * T_{k**} - f * G}$

## Практические задания к сценарию «Покупка недвижимости»

Задача 1.1. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры каждого типа. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления. Темпы роста заработной платы задается внешним образом. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темпы прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S_k$	рублей за м <sup>2</sup>	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

**Выбор:**

$k$  – желаемый класс квартиры,  $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$

$m$  – метраж квартиры, м<sup>2</sup>

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры выбранного типа, лет

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$12 * d * W_0 * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{n-1}) = S_k * m$$

**Ответ:**

$$n = \ln\left(\frac{a * S_k * m}{12 * d * W_0} + 1\right) / \ln(1 + a)$$

Задача 1.2\*. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры каждого типа. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления, банковский вклад. Темпы роста заработной платы задается внешним образом. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S_k$	рублей за м <sup>2</sup>	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 1.1)
$m$	м <sup>2</sup>	метраж (из задачи 1.1)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры выбранного типа, лет

**Решение:**

1) В периоде  $N$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости выбранной квартиры:

$$S_k * m$$

2) Ежемесячно в периоде  $n$  на банковский депозит вносится сумма  $d * W_0$

За год можно накопить  $d * W_0 * \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}}$ , а еще через год эта сумма увеличится в

$$\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \text{ раз.}$$

За все время  $N$  лет на депозите накопится

$$d * W_0 * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}$$

3) Находим N:

$$d * W_0 * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1} = S_k * m$$

**Ответ:**

$$N = \ln \left( \frac{S_k * m * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) + 1}{d * W_0 * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right)} \right) / \ln \left( (1 + \frac{i}{12})^{12} \right)$$

Задача 1.3. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры каждого типа. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления. Темпы роста заработной платы задается внешним образом. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темпы прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S_k$	рублей за м <sup>2</sup>	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 1.1)
$m$	м <sup>2</sup>	метраж (из задачи 1.1)

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры выбранного типа, лет

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$12 * d * W_0 * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{n-1}) = S_k$$

**Ответ:**

$$d = \frac{S_k}{12 * W_0 * \frac{((1 + a)^n - 1)}{a}}$$

**Задача 1.4\***

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S_k$	рублей за м <sup>2</sup>	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$

k		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 1.1)
m	м <sup>2</sup>	метраж (из задачи 1.1)
d	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
i	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Выбор:**

t – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры выбранного типа, лет

**Найти:**

d – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

1) В периоде N необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$S_k * m$$

2) За все время N на депозите накопится

$$d * (W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^N - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$$

3) Находим d

$$d * (W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^N - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} = S_k * m$$

**Ответ:**

$$d = \frac{S_k * m * \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 \right) * \frac{i}{12}}{(W_0) * \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 \right) * \left( \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^n - 1 \right)}$$

Задача 2. В предыдущую задачу дополнительно вводится фактор выплат за аренду жилья.

**Дано:**

W <sub>0</sub>	рублей	заработная плата в начальном периоде
a	%	темпы прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
S <sub>k</sub>	рублей за м <sup>2</sup>	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
A <sub>k</sub>	рублей за м <sup>2</sup> , в месяц	ежемесячная стоимость аренды квартиры, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
k		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 1.1)
m	м <sup>2</sup>	метраж (из задачи 1.1)
d	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

**Выбор:**

k – желаемый класс квартиры,  $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$

m – метраж квартиры, м<sup>2</sup>

**Найти:**

t – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры выбранного типа, лет

**Решение:**

В периоде n необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$12 * d * (W_0 - A_k * m) * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{n-1}) = S_k * m$$

**Ответ:**

$$n = \ln \left( \frac{a * S_k * m}{12 * d * (W_0 - A_k * m)} + 1 \right) / \ln(1 + a)$$

Задача 2.2\*. В предыдущую задачу дополнительно вводится фактор выплат за аренду жилья и банковский вклад.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темпы прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S_k$	рублей за м <sup>2</sup>	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$A_k$	рублей за м <sup>2</sup> , в месяц	ежемесячная стоимость аренды квартиры, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 1.1)
$m$	м <sup>2</sup>	метраж (из задачи 1.1)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры выбранного типа, лет

**Решение:**

1) В периоде  $N$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости выбранной квартиры:  $S_k * m$

2) Ежемесячно в периоде  $n$  на банковский депозит вносится сумма  $d * (W_0 - A_k * m)$

За год можно накопить  $d * (W_0 - A_k * m) * \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}}$ , а еще через год эта сумма увеличится в  $(1 + \frac{i}{12})^{12}$  раз.

За все время  $N$  лет на депозите накопится

$$d * (W_0 - A_k * m) * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}$$

3) Находим  $N$ :

$$d * (W_0 - A_k * m) * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1} = S_k * m$$

**Ответ:**

$$N = \ln \left( \frac{S_k * m * \left( (1 + \frac{i}{12})^{12} - 1 \right)}{d * (W_0 - A_k * m) * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right)} + 1 \right) / \ln \left( (1 + \frac{i}{12})^{12} \right)$$

Задача 2.3. В предыдущую задачу дополнительно вводится фактор выплат за аренду жилья.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S_k$	рублей за $m^2$	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 1.1)
$A_k$	рублей за $m^2$ , в месяц	ежемесячная стоимость аренды квартиры, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$m$	$m^2$	метраж (из задачи 1.1)

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры выбранного типа, лет

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$12 * d * (W_0 - A_k * m) * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{n-1}) = S_k * m$$

**Ответ:**

$$d = \frac{S_k * m}{12 * (W_0 - A_k) * \frac{((1 + a)^n - 1)}{a}}$$

Задача 2.4\*. В предыдущую задачу дополнительно вводится фактор выплат за аренду жилья и банковский вклад.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S_k$	рублей за $m^2$	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$A_k$	рублей за $m^2$ , в месяц	ежемесячная стоимость аренды квартиры, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 1.1)
$m$	$m^2$	метраж (из задачи 1.1)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки квартиры выбранного типа, лет

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

1) В периоде  $N$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$S_k * m$$

2) За все время  $N$  на депозите накопится

$$d * (W_0 - A_k * m) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12N} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$$

3) Находим  $d$

$$d * (W_0 - A_k * m) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}\right)^N - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} = S_k * m$$

**Ответ:**

$$d = \frac{S_k * m * \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 * \frac{i}{12}}{(W_0 - A_k * m) * \left(\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1\right) * \left(\left(\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}\right)^n - 1\right)}$$

Задача 3. Оценить максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов. Данные для расчета – собственный доход, максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита, процентная ставка по кредиту. Для перевода ежемесячного платежа в итоговую сумму используется формула аннуитета, которая приводится в качестве подсказки/дополнительной информации. Для упрощения условий расчета используется 2 варианта срока, каждый со своей процентной ставкой. В качестве дополнительного параметра может быть установлен кредитный лимит (экспертная функция от дохода). В этом случае максимально возможный размер кредита – минимум из результатов оценки и кредитного лимита.

**Дано:**

$W_0$	рублей	зарплата в начальном периоде
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

Есть возможность взять один из двух кредитов:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет
Кредит 1	$r^1\%$	$N^1$
Кредит 2	$r^2\%$	$N^2$

$L$  – экспертный лимит по кредиту (можно взять максимально возможный кредит, не превышающий экспертный лимит, установленный банком, рублей).

**Найти:**

$K$  – максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов, рублей.

$n$  – номер кредита, по которому можно получить максимально возможный размер кредита

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q - \text{ тело долга}$$

**Решение:**

Для расчета необходимо сравнить максимально возможный размер кредита по двум альтернативным вариантам:

$$\min \left( d * \frac{W_0}{\frac{r^1}{12} + \frac{\frac{r^1}{12}}{\left(1 + \frac{r^1}{12}\right)^{N^1*12} - 1}}; L \right) \quad \text{vs} \quad \min \left( d * \frac{W_0}{\frac{r^2}{12} + \frac{\frac{r^2}{12}}{\left(1 + \frac{r^2}{12}\right)^{N^2*12} - 1}}; L \right)$$

Если суммы равны, то выбирается кредит в соответствии с собственными предпочтениями.

**Ответ:**

Номер кредита с максимально возможной суммой ( $k^*$ :  $r$  – ставка по кредиту, % годовых,  $N$  – срок кредита, лет)

Задача 4. Определить параметры квартиры, которую можно приобрести, исходя из данного размера кредита, и принять решение об оптимальной стратегии поведения: отказаться от покупки, отложить покупку на срок, достаточный для повышения своей кредитоспособности, выбрать оптимальный размер квартиры.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S_k$	рублей за $m^2$	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

Для покупки квартиры берем кредит:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет
Кредит (из задачи 3)	$r\%$	$N$

$L$  – экспертный лимит по кредиту (можно взять максимально возможный кредит, не превышающий экспертный лимит, установленный банком, рублей).

**Найти:**  $m$  – метраж квартиры,  $k$  – выбранный тип квартиры

**Решение:**

1) Определить максимальную сумму по выбранному кредиту  $I$

$$2) X = \min \left( d * \frac{W_0}{\frac{r^*}{12} + \frac{\frac{r^*}{12}}{(1+\frac{r^*}{12})^{12*N^*} - 1}}; L \right)$$

3) Определить метраж выбранного типа квартиры при данном размере кредита  $X/S_k$

$$\min \left( d * \frac{W_0}{\frac{r^*}{12} + \frac{\frac{r^*}{12}}{(1+\frac{r^*}{12})^{12*N^*} - 1}}; L \right)$$

Ответ:  $\frac{X}{S_k}$  метров,  $k$  – тип выбранной квартиры,  $m$  – метраж выбранной квартиры

Задача 5. Определить оптимальный размер первоначального взноса. Вводится наличие собственных средств. Необходимо выбрать более выгодную из альтернатив – оформить кредит с большим первоначальным взносом или инвестировать.

Определить оптимальный размер первоначального взноса. Вводится наличие собственных средств. Необходимо выбрать более выгодную из альтернатив – оформить кредит с большим первоначальным взносом или инвестировать.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S_k$	рублей за $m^2$	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 4)
$m$	$m^2$	метраж (из задачи 4)
$d$	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)

I	рублей	собственные средства в начальном периоде
---	--------	--

Есть возможность взять один из двух кредитов:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет	$a$ – первоначальный взнос
Кредит 1	$r^1\%$	$N$	0%
Кредит 2	$r^2\%$	$N$	$a\%$

**Найти:**

Определить оптимальный размер первоначального взноса  $a$  (долю от стоимости покупки).

**Решение:**

1) Пусть первоначальный взнос составит  $a * S_k * m^*$ , тогда  $(1 - a * S_k * m^*)$  можно положить в банк. Итоговая стоимость квартиры, приобретенной с помощью кредита  $i$  составит:

$$K_1 = 12 * N * (1 - a) * S_k * m^* * \left( \frac{r^i}{12} + \frac{\frac{r^i}{12}}{\left(1 + \frac{r^i}{12}\right)^{N*12} - 1} \right) - (1 - a * S_k * m^*) * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{N*12}$$

При нулевом взносе итоговая стоимость покупки составит:

$$K_2 = 12 * N * S_k * m^* * \left( \frac{r^i}{12} + \frac{\frac{r^i}{12}}{\left(1 + \frac{r^i}{12}\right)^{N*12} - 1} \right) - I * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{N*12}$$

2) Сравним итоговую стоимость покупки при каждом из вариантов финансирования:  $K_1$  и  $K_2$ .

Выберем наименьшую

**Ответ:** Номер кредита  $n^{**}$  такой, что  $\min(K_1; K_2)$

Задача для продвинутого уровня. Она решается потоком.

Задача 6. Определить необходимость досрочного погашения. Данные для расчета – дополнительный доход. Необходимо рассчитать, что выгоднее – досрочное погашение или иная форма инвестиций (банковский депозит).

**Дано:**

$S_k$	рублей за $m^2$	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 4)
$m$	$m^2$	метраж (из задачи 4)
$i$	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)
$I$	рублей	дополнительный доход
$N_0$		Дата единовременной выплаты

Для приобретения квартиры берем кредит:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет	$a$ – первоначальный взнос
Кредит (из задачи 5)	$r\%$	$N$	$a\%$

**Найти:**

Необходимо ли досрочно погашать кредит?

**Решение:**

- 1) При инвестировании суммы доход от депозита составит:  $I * (1 + \frac{i}{12})^{(N^{**} - N_0) * 12}$ , а затраты на кредит без досрочного погашения  $S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) * 12 * N^{**}$
- 2) При частичном погашении уменьшается тело долга (X). X в  $t_0$  составляет  $S_k * m * (1 - a)$ . В каждом последующем периоде оно уменьшается на разницу аннуитетного платежа  $S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right)$  и процентов за предыдущий период.  $X_1$  составит
- $$S_k * m * (1 - a) * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) = S_k * m * (1 - a) * (1 - \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1})$$
- $$X_2 = \left[ S_k * m * (1 - a) * \left( (1 - \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}) \right) * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) \right]$$
- ...
- $$X_n = X_{n-1} * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right)$$

- 3) Находим остаток тела долга на момент  $N_0$  и уменьшаем его на I.

По частично погашенному кредиту сумма платежей составит  $(X_{N_0} - I) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12 - N_0} - 1}} \right) * 12 * (N^{**} - N_0)$

- 4) Сравнить расходы при частичном погашении  $(X_{N_0} - I) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12 - N_0} - 1}} \right) * 12 * (N^{**} - N_0) + S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) * 12 * N_0$  и без  $S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) * 12 * N^{**} - I * (1 + \frac{i}{12})^{(N^{**} - N_0) * 12}$

< - Стоит погасить кредит с помощью накопленной суммы, иначе – следует положить накопленную сумму в банк

**Ответ:** Стоит погасить кредит с помощью накопленной суммы/ Следует положить накопленную сумму в банк

Задача 7. Сопоставить аренду и покупку квартиры и принять решение о необходимости покупки или аренды на период в  $t$  лет

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$S_k$	рублей за $m^2$	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$

$A_k$	рублей за $m^2$ , в месяц	ежемесячная стоимость аренды квартиры, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 4)
$m$	$m^2$	метраж (из задачи 4)
$a$	%	размер первоначального взноса по ипотеке
$i$	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)
$f$	%, раз в 10 лет	ставка амортизации квартиры (единообразная)

**Найти:**

Что выгоднее в данный момент: покупка квартиры или аренда?

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q - \text{ тело долга}$$

**Выбор:** период  $t$

**Решение:**

1) Если брать квартиру в аренду, то ежемесячно можно копить:  $d * W_0 - A_k$

$$\text{За } N \text{ лет на депозите при ежемесячно пополнении будет храниться } (d * W_0 - A_k) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12t} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$$

При покупке квартиры ежемесячно на накопления можно будет отчислять:  $d * W_0 - X$  в периоде  $(0; N)$  и  $d * W_0$  в  $(N; t)$

$$\text{За } t \text{ лет на депозите при ежемесячно пополнении будет храниться } (d * W_0 - X) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12t} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} + (d * W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12(t-N)} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} \dots$$

Кроме того, к этой сумме необходимо добавить конечную стоимость квартиры:  $S_k * m * (1 - f)^{\lfloor \frac{N}{10} \rfloor}$  (в квадратных скобках указана целая часть от числа) и вычесть первоначальный взнос  $S_k * m * a$

$$\text{Ответ: } (d * W_0 - X) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12t} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} + (d * W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12(t-N)} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} - S_k * m * a + S_k * m * (1 - f)^{\lfloor \frac{N}{10} \rfloor} < (d * W_0 - A_k) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12t} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$$

- аренда выгоднее покупки. Иначе – покупка выгоднее аренды квартиры за данный период

Задача 8. Определить минимальную арендную плату, при которой покупка недвижимости с целью дальнейшей сдачи ее в аренду является эффективной.

**Дано:**

$S_k$	рублей за $m^2$	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$A_k$	рублей за $m^2$ , в месяц	ежемесячная стоимость аренды квартиры, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$

k		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 4)
m	м <sup>2</sup>	метраж (из задачи 4)
d	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)

**Выбор:**

t – горизонт принятия решения об окупаемости инвестиции, лет

**Решение:**

- 1) Определим доход от вклада суммы, аналогичной стоимости квартиры  $m^* * S_k * (1 + \frac{d}{12})^{t*12} - 1$
- 2) Определим минимальную арендную плату, которая принесет нам такой же доход  $m^* * S_k * \frac{(1 + \frac{d}{12})^{t*12} - 1}{t*12}$  руб./мес.

**Ответ:**  $m^* * S_k * \frac{(1 + \frac{d}{12})^{t*12} - 1}{t*12}$  руб./мес.

Задача 9. Определить, при каком ежегодном темпе прироста стоимости недвижимости через x лет приобретенная сейчас квартира не изменится в стоимости, если раз в x лет в конце периода происходит амортизация f% ее стоимости.

Определить, при каком ежегодном темпе прироста стоимости недвижимости через x лет приобретенная сейчас квартира не изменится в стоимости, если раз в x лет в конце периода происходит амортизация f% ее стоимости.

**Дано:**

f	%	ставка амортизации квартиры (единоразовая)
x	лет	частота амортизации (пример на 10 лет)

**Решение:**

Темп прироста стоимости должен составлять  $\frac{1}{(1-f)^{\frac{1}{x}}} - 1$

**Ответ:**

$$\frac{1}{(1-f)^{\frac{1}{x}}} - 1$$

Задача 10.1. Сопоставить эффективность дохода от недвижимости (суммарно аренда и рост стоимости) и вложения в банк. Сравнить вклад в банке на t лет с покупкой квартиры, если раз в x лет в конце периода происходит амортизация f% стоимости квартиры (вклад без капитализации процентов).

**Дано:**

S <sub>k</sub>	рублей за м <sup>2</sup>	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
s	%	годовой прирост стоимости квартиры
A <sub>k</sub>	рублей за м <sup>2</sup> , в месяц	ежемесячная стоимость аренды квартиры, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
k		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 4)
m	м <sup>2</sup>	метраж (из задачи 4)
d	%	годовая ставка процента (вклады без капитализации процентов)
f	%	ставка амортизации квартиры (единоразовая)
x	лет	частота амортизации (пример на 10 лет)

**Решение:**

- 1) Изменение стоимости квартиры:  $S_k * m^* * (1 + s)^t * (1 - f)^{\lfloor \frac{t}{x} \rfloor}$  (в квадратных скобках указана целая часть от числа)

- 2) Доходы от сдачи квартиры в аренду. Ежемесячные платежи вносим на вклад на протяжении всего срока.

$$A_k * m^* * \left( \left(1 + \frac{d}{12}\right) + \left(1 + \frac{2d}{12}\right) + \dots + (1 + d) \right) * (1 + (1 + d) + (1 + 2d) + \dots + (1 + (t - 1)d)) =$$

$$A_k * m^* * (6,5d) * \left(1 + \left(t + \frac{(1+d)+(1+(t-1)d)}{2}\right) * (t - 1)\right)$$

- 3) Доход от вклада:  $S_k * m^* * (1 + td)$

- 4) Сравнить

$$S_k * m^* * (1 + td) \quad \text{и} \quad A_k * m^* * (6,5d) * \left(1 + \left(t + \frac{(1+d)+(1+(t-1)d)}{2}\right) * (t - 1)\right) + S_k * m^* * ((1 + s)^t * (1 - f)^{\lfloor \frac{t}{x} \rfloor})$$

**Ответ:**

$$S_k * m^* * (1 + td) > A_k * m^* * (6,5d) * \left(1 + \left(t + \frac{(1+d)+(1+(t-1)d)}{2}\right) * (t - 1)\right) + S_k * m^* * ((1 + s)^t * (1 - f)^{\lfloor \frac{t}{x} \rfloor})$$

- вклад в банке выгоднее, чем покупка квартиры в инвестиционных целях с ее дальнейшей продажи

Иначе - покупка квартиры в инвестиционных целях с ее дальнейшей продажи выгоднее, чем вклад в банке

Задача 10.2. Сопоставить эффективность дохода от недвижимости (суммарно аренда и рост стоимости) и вложения в банк. Сравнить вклад в банке на  $t$  лет с покупкой квартиры, если раз в  $x$  лет в конце периода происходит амортизация  $f\%$  стоимости квартиры (вклад с капитализацией процентов).

**Дано:**

$S_k$	рублей за $m^2$	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$A_k$	рублей за $m^2$ , в месяц	ежемесячная стоимость аренды квартиры, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$a$	%	годовой прирост стоимости аренды
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 4)
$m$	$m^2$	метраж (из задачи 4)
$d$	%	годовая ставка процента (вклады с капитализацией процентов)
$f$	%	ставка амортизации квартиры (единоразовая)
$x$	лет	частота амортизации (пример на 10 лет)

**Решение:**

- 1) Изменение стоимости квартиры:  $S_k * m^* * (1 + s)^t * (1 - f)^{\lfloor \frac{t}{x} \rfloor}$  (в квадратных скобках указана целая часть от числа)
- 2) Доходы от сдачи квартиры в аренду. Ежемесячные платежи вносим на вклад на протяжении всего срока.

$$A_k * m^* * \left( \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} + \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{10} + \left(1 + \frac{d}{12}\right)^9 + \dots + \left(1 + \frac{d}{12}\right)^1 + 1 \right) * (1 + \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} + \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} + \dots + \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} )^{t-1} = A_k * m^* * \frac{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{d}{12}} * \frac{\left(\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12}\right)^t - 1}{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1}$$

- 3) Доход от вклада:  $S_k * m^* * (1 + d/12)^{t*12}$

- 4) Сравнить

$$S_k * m^* * (1 + d/12)^{t*12} \quad \text{и} \quad A_k * m^* * \frac{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{d}{12}} * \frac{\left(\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12}\right)^t - 1}{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1} + S_k * m^* * ((1 + s)^t * (1 - f)^{\lfloor \frac{t}{x} \rfloor})$$

$$\text{Ответ: } S_k * m^* * (1 + d/12)^{t*12} > A_k * m^* * \frac{(1 + d/12)^{12} - 1}{d/12} * \frac{\left(\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12}\right)^t - 1}{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1} + S_k * m^* * ((1 + s)^t * (1 - f)^{\lfloor t \rfloor})$$

$(1 - f)^{\lfloor t \rfloor}$  - вклад в банке выгоднее, чем покупка квартиры в инвестиционных целях с ее дальнейшей продажи

Иначе - покупка квартиры в инвестиционных целях с ее дальнейшей продажи выгоднее, чем вклад в банке

Задача 11.1. Определить минимальную арендную плату, при которой кредитование на покупку недвижимости является эффективным (вклад без капитализации процентов).

Определить минимальную арендную плату, при которой кредитование на покупку недвижимости является эффективным (окупится в течение  $t$  лет)

**Дано:**

$S_k$	рублей за $m^2$	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$A_k$	рублей за $m^2$ , в месяц	ежемесячная стоимость аренды квартиры, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 4)
$m$	$m^2$	метраж (из задачи 4)
$d$	%	годовая ставка процента (вклады без капитализации процентов)
$f$	%	ставка амортизации квартиры (единоразовая)
$x$	лет	частота амортизации (пример на 10 лет)

Для приобретения квартиры берем кредит:

	$r$ - ставка по кредиту (% в год)	$N$ - срок кредита, лет
Кредит (из задачи 5)	$r\%$	$N$

**Решение:**

- 1) Затраты на оплату кредита  $S_k * m^* * \left(\frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{t*12} - 1}\right) * t * 12$  и утрата части стоимости за счет амортизации  $S_k * m^* * f$
- 2) Доходы от сдачи квартиры в аренду. Ежемесячные платежи вносим на вклад на протяжении всего срока

$$A_k * m^* * (6,5d) * \left(t + \frac{(1 + d) + (1 + (t - 1)d)}{2}\right) * (t - 1)$$

$$3) A_{k \text{эф}} = \frac{S_k * \left(\frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{t*12} - 1}\right) * t * 12 + S_k * f}{6,5d * \left(t + \frac{(1 + d) + (1 + (t - 1)d)}{2}\right) * (t - 1)}$$

$$\text{Ответ: Эффeктивная арендная плата равна } A_{k \text{эф}} = \frac{S_k * \left(\frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{t*12} - 1}\right) * t * 12 + S_k * f}{\left(t + \frac{(1 + d) + (1 + (t - 1)d)}{2}\right) * (t - 1)}$$

Задача 11.2. Определить минимальную арендную плату, при которой кредитование на покупку недвижимости является эффективным (вклад с капитализацией процентов).

Определить минимальную арендную плату, при которой кредитование на покупку недвижимости является эффективным (окупится в течение  $t$  лет)

**Дано:**

$S_k$	рублей за $m^2$	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$A_k$	рублей за $m^2$ , в месяц	ежемесячная стоимость аренды квартиры, зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$k$		тип квартиры, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 4)
$m$	$m^2$	метраж (из задачи 4)
$d$	%	годовая ставка процента (вклады с капитализацией процентов)
$f$	%	ставка амортизации квартиры (единоразовая)
$x$	лет	частота амортизации (пример на 10 лет)

Для приобретения квартиры берем кредит:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет
Кредит (из задачи 5)	$r\%$	$N$

**Решение:**

- Затраты на оплату кредита  $S_k * m * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{t*12} - 1} \right) * t * 12$  и утрата части стоимости за счет амортизации  $S_k * m * f$
- Доходы от сдачи квартиры в аренду. Ежемесячные платежи вносим на вклад на протяжении всего срока

$$A_k * m * \frac{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{d}{12}} * \frac{\left(\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12}\right)^t - 1}{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1}$$

$$3) A_{k \text{эф}} = \frac{S_k * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{t*12} - 1} \right) * t * 12 + S_k * f}{\frac{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{d}{12}} * \frac{\left(\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12}\right)^t - 1}{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1}}$$

**Ответ:** Эффективная арендная плата равна  $A_{k \text{эф}} = \frac{S_k * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{t*12} - 1} \right) * t * 12 + S_k * f}{\frac{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{d}{12}} * \frac{\left(\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12}\right)^t - 1}{\left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12} - 1}}$

## Практические задания к сценарию «Ремонт и благоустройство»

Задача 1. Рассчитать предельную стоимость ремонта, как разницу в стоимости имеющейся недвижимости и недвижимости следующего уровня. Данные для расчета – стоимость недвижимости разных типов.

**Дано:**

$S_0$  - стоимость имеющейся квартиры, рублей

$S_k$  – стоимость квартиры выше классом, рублей

**Найти:**

$S_i - S_0$  – предельная стоимость ремонта, рублей

**Ответ:**

$S_k = S_i - S_0$  рублей

Задача 2.1 Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для проведения ремонта. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления. Темп роста заработной платы задается внешним образом.

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$a$  – годовой темп прироста заработной платы, растет ежегодно, %

$S_k$  – общая стоимость ремонта (необходимая для накопления сумма, рассчитанная в задаче 1), рублей

$d$  – доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления, %

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки автомобиля каждого типа, лет

**Решение:**

В периоде  $t$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости ремонта в этом периоде:

$S_k$

Ежемесячно в году  $n$  на банковский депозит вносится сумма  $d * W_0 * (1 + a)^{n-1}$

За  $t$  лет накапливается сумма  $12 * dW_0 * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{t-1}) = 12 * dW_0 * \frac{(1+a)^t - 1}{a}$ .

Тогда:

$$12 * dW_0 * \frac{(1 + a)^t - 1}{a} = S_k$$

**Ответ:**

$$t = \frac{\ln\left(\frac{S_k * a}{12 * dW_0} + 1\right)}{\ln(1 + a)}$$

Задача 2.2\* Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для проведения ремонта. Данные для расчета – общая стоимость ремонта, заработная плата, часть заработной платы, отчисляемая в накопления. Ставка процента по банковскому вкладу.

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$S_k$  – общая стоимость ремонта (необходимая для накопления сумма, рассчитанная в задаче 1), рублей

$d$  – доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления, %

$i$  – ставка по депозиту, % годовых, капитализация процентов, проценты выплачиваются ежемесячно

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки автомобиля каждого типа, лет

**Решение:**

В периоде  $N$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости ремонта:  $S_k$

Ежемесячно в году  $n$  на банковский депозит вносится сумма  $d * W_0$

За год накапливается сумма  $\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{11} + \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{10} + \left(1 + \frac{i}{12}\right)^9 + \dots + \left(1 + \frac{i}{12}\right)^1 + 1 \right) * d * W_0$ , а еще за год эта сумма увеличивается в  $\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}$  раз.

За все время  $t$  лет на депозите накопится

$$d * W_0 * \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{11} + \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{10} + \left(1 + \frac{i}{12}\right)^9 + \dots + \left(1 + \frac{i}{12}\right)^1 + 1 \right) * \left(1 + \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}\right)^2 + \dots + \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^{t-1}$$

$$d * W_0 * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^t - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}} = S_k$$

**Ответ:**

$$t = \frac{\ln \left( \frac{S_k * \frac{i}{12} * \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}}{d * W_0 * \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 \right)} + 1 \right)}{\ln \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}}$$

Задача 3. Оценить максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов. Данные для расчета – собственный доход, максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита, процентная ставка по кредиту. Для перевода ежемесячного платежа в итоговую сумму используется формула аннуитета, которая приводится в качестве подсказки/дополнительной информации. Также в качестве дополнительной информации может быть предоставлен экспертный лимит по кредиту.

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$d$  – доля заработной платы, которая может быть направлена на обслуживание кредита, %

Есть возможность взять один из трех кредитов:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет
Кредит 1	$r^1\%$	$N^1$
Кредит 2	$r^2\%$	$N^2$

$L$  – экспертный лимит по кредиту (можно взять максимально возможный кредит, не превышающий экспертный лимит, установленный банком)

**Найти:**

$K$  – максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов.

$n$  – номер кредита, по которому можно получить максимально возможный размер кредита

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q \text{ – тело долга}$$

**Решение:**

Для расчета необходимо сравнить максимально возможный размер кредита по двум альтернативным вариантам:

$$\min \left( d * W_0 * \left( \frac{r^1}{12} + \frac{\frac{r^1}{12}}{\left(1 + \frac{r^1}{12}\right)^{N1*12} - 1} \right); L \right) \text{ vs } \min \left( d * W_0 * \left( \frac{r^2}{12} + \frac{\frac{r^2}{12}}{\left(1 + \frac{r^2}{12}\right)^{N2*12} - 1} \right); L \right)$$

Если суммы равны, то выбирается кредит в соответствии с собственными предпочтениями.

**Ответ:**

Номер кредита с максимально возможной суммой (Кредит\*:  $r$  – ставка по кредиту,  $N$  – срок

Задача 4.1 Определить экономическую целесообразность использования займа МФО, в случае если стоимость ремонта превышает максимально возможную долю дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита. Данные для расчета – процентные ставки по займам МФО (кредит на срок, не превышающий 30 дней, «до ручки»).

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$d$  – доля заработной платы, которая может быть направлена на обслуживание кредита, %

Есть возможность взять кредита МФО:

	$r$ – ставка по кредиту (% в день)	Начисление процентов	$N$ – срок кредита, дней	$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	Выплата процентов и тела долга
Кредит МФО	$r^{\text{МФО}}\%$	ежедневно	$N$ (не более 30 дней)	$L$	В конце срока

Способ начисления процентов: простые проценты

$S_k$  – общая стоимость ремонта (необходимая для накопления сумма), рассчитанная в задаче 1, рублей

**Найти:**

Возможность погашения кредита МФО

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}})$ ;
- 2) Необходимо сравнить платеж по кредиту МФО и долю дохода, направляемую на обслуживание кредита

Если  $d * W_0 > X$

(где  $S_k$  – стоимость покупки, тело долга), то займ МФО целесообразен

- 3) Иначе – кредит нецелесообразен, так как возможности погашения кредита после получения зарплаты нет, и будут введены штрафные санкции

**Ответ:** кредит Мфо целесообразен/ нецелесообразен

Задача 4.2 Определить экономическую целесообразность использования займа МФО, в случае если стоимость ремонта превышает максимально возможную долю дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита. Данные для расчета – процентные ставки по займам МФО (кредит на срок, не превышающий 30 дней, «до получки»).

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$d$  – доля заработной платы, которая может быть направлена на обслуживание кредита, %

Есть возможность взять кредита МФО:

	$r$ – ставка по кредиту (% в день)	Начисление процентов	$N$ – срок кредита, дней	$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	Выплата процентов и тела долга
Кредит МФО	$r^{\text{МФО}}\%$	ежедневно	$N$ (не более 30 дней)	$L$	В конце срока

Способ начисления процентов: сложные проценты

$S_k$  – общая стоимость ремонта (необходимая для накопления сумма), рассчитанная в задаче 1, рублей

**Найти:**

Возможность погашения кредита МФО

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N$ ;
- 2) Необходимо сравнить платеж по кредиту МФО и долю дохода, направляемую на обслуживание кредита

Если  $d * W_0 > X$

(где  $S_k$  – стоимость покупки, тело долга), то займ МФО целесообразен

- 3) Иначе – кредит нецелесообразен, так как возможности погашения кредита после получения зарплаты нет, и будут введены штрафные санкции

**Ответ:** кредит Мфо целесообразен/ нецелесообразен

Задача 4.3\* Определить экономическую целесообразность использования займа МФО, в случае если стоимость ремонта превышает максимально возможную долю дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита. Данные для расчета – процентные ставки по займам МФО (кредит на несколько месяцев).

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$d$  – доля заработной платы, которая может быть направлена на обслуживание кредита, %

Есть возможность взять кредита МФО:

	$r$ – ставка по кредиту (% в день)	Начисление процентов	$N$ – срок кредита, недель	$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	Выплата процентов и тела долга
Кредит МФО	$r^{\text{МФО}}\%$	ежедневно	$N$	$L$	Еженедельно

Способ выплаты процентов: аннуитетная схема

$S_k$  – общая стоимость ремонта (необходимая для накопления сумма), рассчитанная в задаче 1, рублей

**Найти:**

Возможность погашения кредита МФО

**Подсказка:**

Еженедельная выплата по микрозайму рассчитывается по формуле:  $X = Q * \left( r + \frac{r}{(1+r)^{N-1}} \right)$ , где  $r$  – еженедельная ставка ( $r = 7 * r^{\text{ДН}}$ )

**Решение:**

- 1) Еженедельный платеж по данному кредиту составит:  $X = \min(S_k; L) * \left( r * 7 + \frac{7r}{(1+r*7)^{N-1}} \right)$
- 2) Необходимо сравнить платеж по кредиту МФО и долю дохода, направляемую на обслуживание кредита

Если  $d * W_0 > X$

(где  $S_k$  – стоимость покупки, тело долга), то займ МФО целесообразен

- 3) Иначе – кредит нецелесообразен, так как возможности погашения кредита после получения зарплаты нет, и будут введены штрафные санкции

**Ответ:** кредит Мфо целесообразен/ нецелесообразен

Задача 5.1 Оценить размер штрафных санкций, которые будут наложены МФО в случае несвоевременного погашения кредита.

**Дано:**

Берем кредит МФО:

	Кредит МФО
$r$ – ставка по кредиту (% в день)	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
$N$ – срок кредита, дней	$N$ не более 30дней)

Способ начисления процентов	простые проценты
L – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	L
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	z
Способ начисления штрафных процентов	простые проценты на общую сумму задолженности

$S_k$  – общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), рассчитанная в задаче 1, рублей

**Найти:** Z – размер штрафных санкций, рублей

**Выбор:** K – период после окончания срока кредита МФО, в котором определяем Z, дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}})$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять z% на общую сумму задолженности:

$$X = \min(S_k; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}}) * (1 + (z + r^{\text{МФО}}) * k)$$

**Ответ:** размер штрафа за k дней составит  $X = \min(S_k; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}})(z * k)$

Задача 5.2\* Оценить размер штрафных санкций, которые будут наложены МФО в случае несвоевременного погашения кредита.

**Дано:**

Берем кредит МФО:

	Кредит МФО
r – ставка по кредиту (% в день)	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
N – срок кредита, дней	N не более 30дней)
Способ начисления процентов	сложные проценты
L – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	L
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	z
Способ начисления штрафных процентов	сложные проценты на общую сумму задолженности

$S_k$  – общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), рассчитанная в задаче 1, рублей

**Найти:** Z – размер штрафных санкций, рублей

**Выбор:** K – период после окончания срока кредита МФО, в котором определяем Z, дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять  $z\%$  на общую сумму задолженности:

$$X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N * (1 + (r^{\text{МФО}} + z))^k$$

**Ответ:** размер штрафа за  $k$  дней составит

$$X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N * ((1 + (z))^k - 1)$$

**Задача 6.1** Оценить время, в течение которого будет утрачено все имеющееся имущество в случае несвоевременного погашения кредита МФО и наложения штрафных санкций.

**Дано:**

Есть кредит МФО:

	Кредит МФО
$r$ – ставка по кредиту (% в день)	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
$N$ – срок кредита, дней	$N$ не более 30 дней)
Способ начисления процентов	простые проценты
$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	$L$
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	$z$
Способ начисления штрафных процентов	простые проценты на общую сумму задолженности

$S_k$  – общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), рассчитанная в задаче 1, рублей

$I$  – стоимость имущества, рублей

**Выбор:** Продолжаем или не продолжаем погашать кредит после истечения его срока

**Найти:**  $t$  – время, за которое имущество будет утрачено, дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}})$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять  $z\%$  на общую сумму задолженности:  $X = \min(S_k; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}}) * (1 + k(r^{\text{МФО}} + z))$
- 3) Эта сумма будет равна размеру имеющегося имущества:

$$k = \frac{\frac{I}{\min(S_k; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}})} - 1}{r^{\text{МФО}} + z}$$

**Ответ:**  $k = \frac{\frac{I}{\min(S_k; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}})} - 1}{r^{\text{МФО}} + z}$  дней

**Задача 6.2\*** Оценить время, в течение которого будет утрачено все имеющееся имущество в случае несвоевременного погашения кредита МФО и наложения штрафных санкций.

**Дано:**

Есть кредит МФО:

	Кредит МФО
$r$ – ставка по кредиту (% в день)	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
$N$ – срок кредита, дней	$N$ не более 30 дней)
Способ начисления процентов	сложные проценты
$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	$L$
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	$z$
Способ начисления штрафных процентов	сложные проценты на общую сумму задолженности

$S_k$  – общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), рассчитанная в задаче 1, рублей

$I$  – стоимость имущества, рублей

**Выбор:** Продолжаем или не продолжаем погашать кредит после истечения его срока

**Найти:**  $t$  – время, за которое имущество будет утрачено, дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять  $z\%$  на общую сумму задолженности:  $X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N * (1 + (r^{\text{МФО}} + z))^k$
- 3) Эта сумма будет равна размеру имеющегося имущества:

$$k = \ln\left(\frac{I}{\min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N}\right) / \ln(1 + (r^{\text{МФО}} + z))$$

$$\text{Ответ: } k = \frac{\ln\left(\frac{I}{\min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N}\right)}{\ln(1 + (r^{\text{МФО}} + z))} \text{ дней}$$

**Задача 7** Определить экономическую целесообразность проведения ремонта самостоятельно.

**Дано:**

$K$  – стоимость работ наемных рабочих, рублей в день

$T_1$  – продолжительность работ наемных рабочих, дней

$T_2$  – продолжительность ремонта при самостоятельном проведении ремонта, дней

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$N$  – количество рабочих дней в месяце

**Решение:**

$$\frac{W_0}{N} * T_2 \text{ vs } K * T_1$$

**Ответ:** если  $\frac{W_0}{N} * T_2 > K * T_1$ , надо нанять рабочих, иначе надо сделать ремонт самому.

## Практические задания к сценарию «Формирование сбережений»

Задача 1. Определить максимально возможную сумму, которую можно направить на накопления. Данные для расчета - величина дохода, повседневных расходов, кредитных выплат.

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$R_0$  – расходы в начальном периоде, рублей

$K_0$  – размер кредитных выплат в начальном периоде, рублей

**Найти:**  $N_a$  – максимально возможная сумма накоплений, рублей

$d$  – максимально доля дохода, которую можно отчислять на накопления, %

**Ответ:**  $N_a = W_0 - R_0 - K_0$

$$d = \frac{W_0 - R_0 - K_0}{W_0}$$

Задача 2.1. Определить величину потерь, которые возникают, если держать средства в наличной форме. Данные для расчета – инфляция, процентные ставки по вкладам (без капитализации процентов).

**Дано:**

$I$  – темп инфляции, % годовых

$N_a$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче), рублей

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка:	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	$n^1$	$d^1$	ежемесячно	Нет
Вклад 2:	$n^2$	$d^2$	ежемесячно	Нет

$N$  – рассматриваемый период, лет

**Выбор:** вид вклада

**Подсказка:**

Инфляция обесценивает денежные средства, поэтому сумма  $X$  через год в реальном выражении составит  $\frac{X}{1+I}$

**Решение:**

- 1) Если держать деньги в наличной форме, то к концу периода эта сумма составит:  $\frac{N_a}{(1+I)^N}$
- 2) Реальный доход от вклада с поправкой на инфляцию:  $N_a * \frac{1+n*d}{(1+I)^n}$

**Ответ:** суммарные потери составят:  $N_a * \frac{1+n*d}{(1+I)^n} - \frac{N_a}{(1+I)^n}$

Задача 2.2\*. Определить величину потерь, которые возникают, если держать средства в наличной форме. Данные для расчета – инфляция, процентные ставки по вкладам (с капитализацией процентов).

**Дано:**

$I$  – темп инфляции, % годовых

$N_a$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче), рублей

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка, %:	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	$n^1$	$d^1$	ежемесячно	Да

Вклад 2:	$n^2$	$d^2$	ежемесячно	Да
----------	-------	-------	------------	----

$N$  – рассматриваемый период, лет

**Выбор:** вид вклада

**Подсказка:**

Инфляция обесценивает денежные средства, поэтому сумма  $X$  через год в реальном выражении составит  $\frac{X}{1+I}$

**Решение:**

1) Если держать деньги в наличной форме, то к концу периода эта сумма составит:  $\frac{Na}{(1+I)^N}$

2) Реальный доход от вклада с поправкой на инфляцию:  $Na * \frac{(1+\frac{d_i}{12})^{N*12}}{(1+I)^N}$

**Ответ:** суммарные потери составят:  $Na * \frac{(1+\frac{d_i}{12})^{N*12}}{(1+I)^N} - \frac{Na}{(1+I)^N}$

Задача 3.1. Рассчитать годовой доход от вкладов для различных сроков. Данные для расчета - действующие процентные ставки (без капитализации процентов).

**Дано:**

$Na$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче), рублей

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка, %:	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	$n^1$	$d^1$	В конце срока	Нет
Вклад 2:	$n^2$	$d^2$	В конце срока	Нет
Вклад 3:	$n^3$	$d^3$	В конце срока	Нет

**Выбор:** вид вклада

**Найти:**  $D$  - доход от данного вклада, рублей

**Подсказка:** при окончании срока вклада он продлевается на тех же условиях с учетом условий по капитализации

**Ответ:**  $D = Na * \left( d_i * \frac{n^i}{12} \right)^{\left[ \frac{12}{n^i} \right]}$

Задача 3.2\*. Рассчитать годовой доход от вкладов для различных сроков. Данные для расчета - действующие процентные ставки (с капитализацией процентов).

**Дано:**

$Na$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче), рублей

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка, %:	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	$n^1$	$d^1$	Ежемесячно	Да
Вклад 2:	$n^2$	$d^2$	Ежемесячно	Да
Вклад 3:	$n^3$	$d^3$	Ежемесячно	Да

**Выбор:** вид вклада

**Найти:**  $D$  - доход от данного вклада

**Подсказка:** при окончании срока вклада он продлевается на тех же условиях с учетом условий по капитализации

**Ответ:**  $D = Na * \left(1 + \frac{d_i}{12}\right)^{12} - 1$

Задача 3.3\*. Рассчитать среднюю ставку по вкладу с плавающей процентной ставкой. Данные для расчета - действующие процентные ставки (без капитализации процентов).

**Дано:**

$Na$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче), рублей

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка, %:	Капитализация процентов
Вклад 2:	n	$d^1$ – первые f месяцев вклада $d^2$ – вторые g месяцев вклада $d^3$ – оставшиеся n-g-f месяцев вклада	нет

**Найти:** Среднюю ставку по вкладу с плавающей процентной ставкой, %

**Ответ:**  $\frac{\left(\frac{d_1 * f}{12} + \frac{d_2 * g}{12} + \frac{d_3 * (n - g - f)}{12}\right) - 1}{n} * 12$

Задача 3.4\*. Рассчитать среднюю ставку по вкладу с плавающей процентной ставкой. Данные для расчета - действующие процентные ставки (с капитализацией процентов).

**Дано:**

$Na$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче), рублей

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка, %:	Капитализация процентов
Вклад 2:	n	$d^1$ – первые f месяцев вклада $d^2$ – вторые g месяцев вклада $d^3$ – оставшиеся n-g-f месяцев вклада	да

**Найти:** Среднюю ставку по вкладу с плавающей процентной ставкой, %

**Ответ:**  $\left( \left( \left( 1 + \frac{d_1}{12} \right)^f \left( 1 + \frac{d_2}{12} \right)^g \left( 1 + \frac{d_3}{12} \right)^{(n-g-f)} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right) * 12$

Задача 3.5\*. Рассчитать годовой доход от вкладов для различных сроков Данные для расчета - действующие процентные ставки (с капитализацией процентов).

**Дано:**

$Na$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче), рублей

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка, %:	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	n	$d^1$	Ежемесячно	Да
Вклад 2:	n	$d^1$ – первые f месяцев вклада $d^2$ – вторые g месяцев вклада	Ежемесячно	Да

		$d^3$ – оставшиеся n-g-f месяцев вклада		
--	--	---	--	--

**Выбор:** вид вклада

**Найти:** D - доход от данного вклада

**Ответ:** Сравнить доходы от двух вкладов  $D = Na * \left(1 + \frac{d_1}{12}\right)^{12} - 1$  и  $D = Na * \left(1 + \frac{d_2}{12}\right)^f \left(1 + \frac{d_{21}}{12}\right)^g \left(1 + \frac{d_{22}}{12}\right)^{n-g-f} - 1$

Задача 4. Определить необходимую сумму для поддержания ликвидности. Рассчитать доход от этой суммы при условии, что она будет размещена на накопительном счете в банке. Данные для расчета – ежемесячные расходы, процентная ставка по накопительному счету.

**Дано:**

X – ежемесячные расходы, рублей

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка:	Начисление процентов	Капитализация процентов
Сберегательный счет	Бессрочный	$d^c$	Ежемесячно	Да

**Найти:** D – сумма вклада, которая обеспечит полное покрытие ежемесячных расходов, рублей

**Решение:**

$$D = \frac{X}{1 + \frac{d^c}{12}}$$

**Ответ:**  $D = \frac{X}{1 + \frac{d^c}{12}}$

Задача 5. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для целевой покупки (недвижимость, автомобиль, гаджет, ремонт – в зависимости от сценария, который будет отрабатываться далее). Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), рост стоимости целевой покупки (растет от года к году с постоянным темпом). Задача аналогична сценариям «Недвижимость», «Крупные покупки», «Автомобиль», «Ремонт и благоустройство».

**Дано:**

Na	рублей	максимально возможная сумма ежемесячных накоплений (рассчитанная в задаче 1)
a	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
S <sub>k</sub>	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависит от выбора целевой покупки

**Выбор:** Целевая покупка:

1) Квартира 2) Ремонт 3) Автомобиль 4) Иная крупная покупка

**Найти:** t – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки, лет

**Решение:**

В периоде n необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$12 * N_a * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{n-1}) = S_k$$

**Ответ:**

$$n = \ln\left(\frac{a * S_k}{12 * N_a} + 1\right) / \ln(1 + a)$$

Задача 6. Рассчитать разницу в доходах при условии ежемесячной выплаты или капитализации процентов. Данные для расчета – срок вклада, процентная ставка по вкладу.

**Дано:**

$Na$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче)

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка:	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	$n$	$d^1$	Ежемесячно	Да
Вклад 2:	$n$	$d^2$	Ежемесячно	Нет

**Выбор:** вид вклада

**Найти:**  $D$  – разница в доходах

**Решение:**

- 1) Доход от первого вклада  $D_1 = Na * \left(1 + \frac{d_1}{12}\right)^{12*n} - 1$
- 2) Доход второго вклада:  $D_2 = Na * \left(\frac{d_2}{12}\right) * 12 * n$

**Ответ:**  $D_1 - D_2$  или  $D_2 - D_1$

Задача 7. Рассчитать разницу в доходах при размещении средств в банке или в МФО. Сопоставить ее с величиной возможных потерь (с учетом вероятности) при прекращении деятельности МФО. Данные для расчета – условия по вкладам в банках и в МФО, вероятность прекращения деятельности МФО.

**Дано:**

$Na$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче)

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка:	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад в банке:	$n$	$d$	Ежемесячно	Да
Вклад в МФО:	$n^{\text{МФО}}$	$d^{\text{МФО}}$	Ежемесячно	Да

$P$  – вероятность невыплаты от МФО

$P'$  – вероятность банкротства банка

$A$  – страховая сумма по вкладам в банке, рублей

**Выбор:** вид вклада

**Найти:**  $D^*$  – разница в доходах в банке и МФО

**Решение:**

- 1) Доход от вклада в банке:  $D_1 = Na * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12*n} - 1$
- 2) Доход от вклада в банке с учетом вероятности его банкротства:  $D_1 = Na * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12*n} - 1 * (1 - P') + P' * \min\left(Na * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12*n} - 1; A\right)$
- 3) Доход от вклада МФО:  $D_{\text{МФО}} = Na * \left(1 + \frac{d_{\text{МФО}}}{12}\right)^{12*n} - 1$

4) Доход от вклада МФО с учетом вероятности ее банкротства:  $D_{\text{МФО}} = Na * \left( \left(1 + \frac{d_{\text{МФО}}}{12}\right)^{12*n} - 1 \right) * (1 - p) + 0 * p$

**Ответ:**  $D^* = Na * \left( \left(1 + \frac{d_i}{12}\right)^{12*n} - \left(1 + \frac{d_{\text{МФО}}}{12}\right)^{12*n} \right)$  или

$D^* = Na * \left(1 + \frac{d_i}{12}\right)^{12*n} - 1 * (1 - P) - (Na * \left(1 + \frac{d_{\text{МФО}}}{12}\right)^{12*n} - 1) * (1 - P') + P * \min(Na * \left(1 + \frac{d_i}{12}\right)^{12*n} - 1; A)$  рублей.

Задача 8.1. Рассчитать сумму потерь при досрочном расторжении вклада (неполученные проценты). Данные для расчета – процентная ставка по вкладам, срок, прошедший с момента открытия вклада.

**Дано:**

$Na$  – сумма, положенная на вклад в банке, рублей

$t$  – время, прошедшее после открытия первого вклада, месяцев

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка:	Возможность досрочного снятия	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	$n$	$d^1$	нет	Ежемесячно	Да

При досрочном расторжении банк пересчитывает проценты при капитализации:  $d^i = 0,5 * d^i$

**Найти:**  $D'$  – величина потерь при досрочном расторжении договора вклада

**Решение:**

1) Нет досрочного расторжения:  $D_1 = Na * \left( \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12*n} - 1 \right)$

2) При досрочном расторжении:  $D_2 = Na * \left( \left(1 + \frac{0,5*d}{12}\right)^{12*t} - 1 \right)$

**Ответ:**  $D'' = Na * \left( \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{12*n} - \left(1 + \frac{0,5*d}{12}\right)^{12*t} \right)$

Задача 8.2. Рассчитать величину потерь при досрочном расторжении вклада (неполученные проценты и проценты по новому вкладу). Данные для расчета – процентная ставка по вкладам, срок, прошедший с момента открытия вклада.

**Дано:**

$Na$  – сумма, положенная на вклад в банке, рублей

$t$  – время, прошедшее после открытия первого вклада, месяцев

Ставки по вкладам (появилась возможность досрочно снять деньги с вклада и положить на другой (2)):

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка:	Возможность досрочного снятия	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	$n$	$d^1$	нет	Ежемесячно	Да
Вклад 2:	$k = n - t$	$d^2$	нет	Ежемесячно	Да

При досрочном расторжении банк пересчитывает проценты при капитализации:  $d^i = 0,5 * d^i$

**Найти:**  $D'$  – выигрыш при досрочном расторжении договора вклада

**Решение:**

1) Нет досрочного расторжения:  $D_1 = Na * \left( \left(1 + \frac{d_1}{12}\right)^{12*n} - 1 \right)$

$$2) \text{ При досрочном расторжении: } D_2 = Na * \left(1 + \frac{0,5*d_1}{12}\right)^{12*t} * \left(1 + \frac{d_2}{12}\right)^{12(n-t)} - 1$$

$$\text{Ответ: } D'' = Na * \left(1 + \frac{0,5*d_1}{12}\right)^{12*t} * \left(1 + \frac{d_2}{12}\right)^{12(n-t)} - 1$$

Задача 8.3. Рассчитать, при какой ставке процента выгодно досрочно закрыть вклад в банке с частичной потерей процентов и открыть новый. Данные для расчета – процентная ставка по вкладам, срок, прошедший с момента открытия вклада.

**Дано:**

$Na$  – сумма, положенная на вклад в банке, рублей

$t$  – время, прошедшее после открытия первого вклада, месяцев

Ставки по вкладам (появилась возможность досрочно снять деньги с вклада и положить на другой (2)):

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка:	Возможность досрочного снятия	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	$n$	$d^1$	нет	Ежемесячно	Да
Вклад 2:	$k = n - t$	$d^2$	нет	Ежемесячно	Да

При досрочном расторжении банк пересчитывает проценты при капитализации:  $d^i = 0,5 * d^i$

**Найти:**  $d^2$  – минимальная ставка процента по вкладу, при которой выгодно досрочно расторгнуть договор по предыдущему

**Решение:**

$$1) \text{ Нет досрочного расторжения: } D_1 = Na * \left(1 + \frac{d_1}{12}\right)^{12*n} - 1$$

$$2) \text{ При досрочном расторжении: } D_2 = Na * \left(1 + \frac{0,5*d_1}{12}\right)^{12*t} * \left(1 + \frac{d_2}{12}\right)^{12(n-t)} - 1$$

$$3) d_2 = \left( \frac{\left(1 + \frac{d_1}{12}\right)^{12*n}}{\left(1 + \frac{0,5*d_1}{12}\right)^{12*t}} \right)^{\frac{1}{12(n-t)}} - 1 * 12$$

$$\text{Ответ: } d_2 = \left( \frac{\left(1 + \frac{d_1}{12}\right)^{12*n}}{\left(1 + \frac{0,5*d_1}{12}\right)^{12*t}} \right)^{\frac{1}{12(n-t)}} - 1 * 12$$

Задача 9. Рассчитать величину ежемесячного платежа по банковскому кредиту на целевую покупку. Сопоставить результат с результатом предыдущей задачи. Данные для расчета – условия по кредитам на целевую покупку. Задача аналогична сценариям «Недвижимость», «Крупные покупки», «Автомобиль», «Ремонт и благоустройство» (в зависимости от предмета целевой покупки).

**Дано:**

$Na$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в задаче 1)

$a$  – темп прироста заработной платы и суммы накоплений (растет от года к году с постоянным темпом)

$S_k$  – общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма), зависит от выбора целевой покупки

$r$  – ставка по кредиту, %

$N$  – срок кредита

**Выбор:** Целевая покупка: 1) Квартира 2) Ремонт 3) Автомобиль 4) Иная крупная покупка

**Найти:**  $X$  – ежемесячный аннуитетный платеж

**Решение:**

1) В периоде N необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:  $S_k$

2)  $X = S_k * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right)$ , где  $S_k$  - тело долга

**Ответ:**  $X = S_k * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right)$  рублей

Задача 10. Рассчитать и сопоставить доход от вкладов в рублях и в иностранной валюте на один и тот же срок, с учетом прогноза курса иностранной валюты. Данные для расчета - действующие процентные ставки по рублям и по иностранной валюте.

**Дано:**

$Na$  – накопления, рублей

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка:	Капитализация процентов	Начисление процентов
Вклад 1:	$n$	$d^1$	Да	Ежемесячно
Вклад валютный 1:	$n$	$d^{\$1}$	Да	Ежемесячно

$V$  – текущий курс иностранной валюты, рублей за единицу валюты

$V^{new}$  – прогнозный будущий курс иностранной валюты, рублей за единицу валюты

**Найти:**  $D^{**}$  - разница в доходах

**Решение:**

Решение временным потоком

1) Доход от рублевого вклада:  $D_1 = Na * \left( \left(1 + \frac{d_1}{12}\right)^{12n} - 1 \right)$

2) Доход от валютного вклада:  $D_{\$} = \frac{Na}{V} * \left( \left(1 + \frac{d_{\$}}{12}\right)^{12n} - 1 \right) * V^{new}$

**Ответ:**  $D^{**} = Na \left( \left(1 + \frac{d_1}{12}\right)^{12n} - \frac{1}{V} * \left(1 + \frac{d_{\$}}{12}\right)^{12n} * V^{new} \right)$

Задача 11. Определить курс иностранной валюты по истечении заданного срока, при котором доходы от размещения срочных вкладов в рублях и в иностранной валюте будут равны. Данные для расчета - действующие процентные ставки по рублям и по иностранной валюте.

**Дано:**

$Na$  – накопления

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка, %:
Вклад 1:	$n$	$d$
Вклад валютный 1:	$n$	$d^{\$}$

$V$  – текущий курс иностранной валюты, рублей за единицу валюты

**Выбор:** вид рублевого вклада, вид валютного вклада

**Найти:**  $V^{new}$  - курс валюты через N лет, при котором доходы от размещения вкладов в рублях и в иностранной валюте будут равны, рублей за единицу валюты

**Решение:**

1) Доход от рублевого вклада:  $D_1 = Na * \left( \left(1 + \frac{d_1}{12}\right)^{12*n} - 1 \right)$

2) Доход от валютного вклада:  $D_{\$} = \frac{Na}{V} * \left( \left(1 + \frac{d_{\$}}{12}\right)^{12*n} - 1 \right) * V^{new}$

3) Курс через N лет:  $V^{\text{new}} = V * \frac{\left(1 + \frac{d_i}{12}\right)^{12*n} - 1}{\left(1 + \frac{d_{\$}}{12}\right)^{12*n} - 1}$

**Ответ:** будущий курс должен составлять  $V * \frac{\left(1 + \frac{d_i}{12}\right)^{12*n}}{\left(1 + \frac{d_{\$}}{12}\right)^{12*n}}$  рублей за единицу валюты

## Практические задания к сценарию «Инвестиции на валютном и фондовом рынке»

Задача 1. Определить максимально возможную сумму, которую можно направить на накопления. Данные для расчета - величина дохода, повседневных расходов, кредитных выплат. Задача аналогична сценарию «Формирование сбережений».

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$R_0$  – расходы в начальном периоде, рублей

$K_0$  – размер кредитных выплат в начальном периоде, рублей

**Найти:**  $N_a$  – максимально возможная сумма накоплений, рублей

$d$  – максимально доля дохода, которую можно отчислять на накопления, %

**Ответ:**  $N_a = W_0 - R_0 - K_0$

$$d = \frac{W_0 - R_0 - K_0}{W_0}$$

Задача 2.1. Определить величину потерь, которые возникают, если держать средства в наличной форме. Данные для расчета – инфляция, процентные ставки по вкладам (без капитализации процентов). Задача аналогична сценарию «Формирование сбережений».

**Дано:**

$I$  – темп инфляции, % годовых

$N_a$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче), рублей

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка:	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	$n^1$	$d^1$	ежемесячно	Нет
Вклад 2:	$n^2$	$d^2$	ежемесячно	Нет

$N$  – рассматриваемый период, лет

**Выбор:** вид вклада

**Подсказка:**

Инфляция обесценивает денежные средства, поэтому сумма  $X$  через год в реальном выражении составит  $\frac{X}{1+I}$

**Решение:**

1) Если держать деньги в наличной форме, то к концу периода эта сумма составит:  $\frac{N_a}{(1+I)^N}$

2) Реальный доход от вклада с поправкой на инфляцию:  $N_a * \frac{1+n*d}{(1+I)^n}$

**Ответ:** суммарные потери составят:  $N_a * \frac{1+n*d}{(1+I)^n} - \frac{N_a}{(1+I)^n}$

Задача 2.2\*. Определить величину потерь, которые возникают, если держать средства в наличной форме. Данные для расчета – инфляция, процентные ставки по вкладам (с капитализацией процентов). Задача аналогична сценарию «Формирование сбережений».

**Дано:**

$I$  – темп инфляции, % годовых

$N_a$  – максимально возможная сумма накоплений (рассчитанная в 1 задаче), рублей

Ставки по вкладам:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка, %:	Начисление процентов	Капитализация процентов
Вклад 1:	$n^1$	$d^1$	ежемесячно	Да
Вклад 2:	$n^2$	$d^2$	ежемесячно	Да

$N$  – рассматриваемый период, лет

**Выбор:** вид вклада

**Подсказка:**

Инфляция обесценивает денежные средства, поэтому сумма X через год в реальном выражении составит  $\frac{X}{1+I}$

**Решение:**

1) Если держать деньги в наличной форме, то к концу периода эта сумма составит:  $\frac{Na}{(1+I)^N}$

2) Реальный доход от вклада с поправкой на инфляцию:  $Na * \frac{(1+\frac{d_i}{12})^{N*12}}{(1+I)^N}$

**Ответ:** суммарные потери составят:  $Na * \frac{(1+\frac{d_i}{12})^{N*12}}{(1+I)^N} - \frac{Na}{(1+I)^N}$

Задача 3. Рассчитать годовой доход от облигаций с фиксированным доходом для различных сроков (год, 3 года, 5 лет). Сопоставить с доходностью по банковским депозитам. Данные для расчета – ставки по облигациям с фиксированным доходом, ставки по банковским депозитам, прогноз изменения процентных ставок.

**Дано:**

Вариант инвестирования №1 (облигации с фиксированным доходом):

	Номинал, рублей	Срок погашения, лет	Купон, %	Частота выплаты купона, раз в год
Облигация с фиксированным доходом 1	N	$t_1$	$k_1$	$b_1$
Облигация с фиксированным доходом 2	N	$t_2$	$k_2$	$b_2$
Облигация с фиксированным доходом 3	N	$t_3$	$k_3$	$b_3$

Вариант инвестирования №2 (банковский вклад):

	Годовая ставка по вкладу, %	Срок вклада, лет	Выплата процентов	Капитализация процентов
Вклад:	r	$t_4$	ежемесячно	нет

**Найти:**

D – доход от облигаций с фиксированным доходом для различных сроков.

Сопоставить с доходом по банковским депозитам

**Подсказка:**

Если облигация имеет стоимость 1000 рублей, купонная ставка составляет 10%, а частота выплаты купона раз в полгода, то инвестор будет получать проценты в размере 100 рублей в год, которые будут выплачиваться раз в полгода по 50 рублей. При погашении облигации в конце срока компания, выпустившая облигации, выплачивает номинал облигации.

**Решение:**

1) При покупке i-ой облигации (1, 2 или 3) доход облигации равен (после получения номинала кладем все полученные деньги на депозит, если срок облигации меньше 5 лет):

$$(N + Nk_i * t_i) * (1 + (5 - t_i) * r)$$

2) Альтернативная возможность инвестировать – открыть вклад в банке. Доход от вклада в банке:  $(1 + r)^5 * N$

3) Сравниваем

$(N + Nk_i * t_i) * (1 + (5 - t_i) * r)$  для каждой из облигаций и  $(1 + r)^5 * N$

**Ответ:**

Если  $\max((N + Nk_i * t_i) * (1 + (5 - t_i) * r)) > (1 + r)^5 * N$ , то надо купить облигацию, а полученные в периоде купоны класть на открытый вклад в банке. Иначе выгоднее сделать вклад.

Задача 4.1. Рассчитать, при каком курсе иностранной валюты на дату окончания действия договора по вкладу нет разницы, открывать вклад или покупать иностранную валюту. Данные для расчета - действующие процентные ставки по вкладам в рублях.

**Дано:**

	Годовая ставка по вкладу, %	Срок вклада, лет	Выплата процентов	Капитализация процентов	Валюта вклада
Вклад:	r	t	ежемесячно	нет	рубли

V – курс иностранной валюты, рублей за единицу валюты

**Найти:** при каком курсе иностранной валюты на дату окончания действия договора по вкладу ( $V_{\text{new}}$ ) нет разницы, открывать вклад или покупать иностранную валюту

**Решение:**

$$V_{\text{new}} = \left(1 + \frac{rt}{12}\right) * V$$

**Ответ:**

$$V_{\text{new}} = \left(1 + \frac{rt}{12}\right) * V$$

Задача 4.2. Рассчитать доход от вложений в иностранную валюту и сопоставить с доходом от банковских вкладов в рублях, с учетом прогноза курса иностранной валюты. Данные для расчета - действующие процентные ставки по вкладам в рублях.

**Дано:**

	Годовая ставка по вкладу, %	Срок вклада, лет	Выплата процентов	Капитализация процентов	Валюта вклада
Вклад:	r	t	ежемесячно	да	рубли

V – курс иностранной валюты, рублей за единицу валюты

**Найти:** при каком курсе иностранной валюты на дату окончания действия договора по вкладу ( $V_{\text{new}}$ ) нет разницы, открывать вклад или покупать иностранную валюту

**Решение:**

$$V_{\text{new}} = \left(1 + \frac{r}{12}\right)^t * V$$

**Ответ:**

$$V_{\text{new}} = \left(1 + \frac{r}{12}\right)^t * V$$

Задача 5. Рассчитать доход от вложений в иностранную валюту с учетом возможности размещения на банковский вклад в иностранной валюте. Данные для расчета - действующие процентные ставки по вкладам в рублях и в иностранной валюте, прогноз изменения процентных ставок, прогноз изменения курса иностранной валюты.

**Дано:**

$Na$  – накопления, рублей

Ставки по вкладу:

Вид	Срок, лет:	Процентная ставка:	Капитализация процентов	Начисление процентов
Вклад валютный 1:	n	$d^{\$1}$	Да	Ежемесячно

V – текущий курс иностранной валюты, рублей за единицу валюты

$V^{new}$  – прогнозный будущий курс иностранной валюты, рублей за единицу валюты

**Найти:**  $D$  – доход от вложений в иностранную валюту, рублей

**Решение:**

Решение временным потоком

$$1) \text{ Доход от валютного вклада: } D_{\$} = \frac{Na}{V} * \left( \left( 1 + \frac{d_{\$}}{12} \right)^{12n} - 1 \right) * V^{new}$$

$$\text{Ответ: } D_{\$} = \frac{Na}{V} * \left( \left( 1 + \frac{d_{\$}}{12} \right)^{12n} - 1 \right) * V^{new}$$

Задача 6.1. Определить курс иностранной валюты по истечении заданного срока, при котором доходы от размещения срочных вкладов в рублях и в иностранной валюте будут равны. Данные для расчета - действующие процентные ставки по рублям и по иностранной валюте (без капитализации процентов). Задача аналогична сценарию «Формирование сбережений».

### Задача 6.1.

**Дано:**

	Годовая ставка по вкладу, %	Срок вклада, лет	Выплата процентов	Капитализация процентов	Валюта вклада
Вклад:	$r_{руб}$	$t$	ежемесячно	нет	рубли
Вклад:	$r_{вал}$	$t$	ежемесячно	нет	валюта

$V$  – курс иностранной валюты, рублей за единицу валюты

**Найти:** при каком курсе иностранной валюты на дату окончания действия договора по вкладу ( $V_{new}$ ) нет разницы, открывать вклад или покупать иностранную валюту

**Решение:**

$$V_{new} = \left( 1 + \frac{r_{руб}t}{12} \right) * \frac{V}{\left( 1 + \frac{r_{вал}t}{12} \right)}$$

**Ответ:**

$$V_{new} = \left( 1 + \frac{r_{руб}t}{12} \right) * \frac{V}{\left( 1 + \frac{r_{вал}t}{12} \right)}$$

Задача 6.2. Определить курс иностранной валюты по истечении заданного срока, при котором доходы от размещения срочных вкладов в рублях и в иностранной валюте будут равны. Данные для расчета - действующие процентные ставки по рублям и по иностранной валюте (с капитализацией процентов). Задача аналогична сценарию «Формирование сбережений».

### Задача 6.2.

**Дано:**

	Годовая ставка по вкладу, %	Срок вклада, лет	Выплата процентов	Капитализация процентов	Валюта вклада
Вклад:	$r_{руб}$	$t$	ежемесячно	да	рубли
Вклад:	$r_{вал}$	$t$	ежемесячно	да	валюта

$V$  – курс иностранной валюты, рублей за единицу валюты

**Найти:** при каком курсе иностранной валюты на дату окончания действия договора по вкладу ( $V_{new}$ ) нет разницы, открывать вклад или покупать иностранную валюту

**Решение:**

$$V_{new} = V * \left( \frac{\left( 1 + \frac{r_{руб}}{12} \right)^{12t}}{\left( 1 + \frac{r_{вал}}{12} \right)^{12t}} \right)$$

**Ответ:**

$$V_{\text{new}} = V * \left( \frac{\left(1 + \frac{r_{\text{руб}}}{12}\right)^{12t}}{\left(1 + \frac{r_{\text{вал}}}{12}\right)} \right)$$

Задача 7. Оценить целесообразность покупки облигации с фиксированным доходом частной компании при заданном уровне риска. Данные для расчета: стоимость облигации, доход по облигации, вероятность банкротства IT-компании.

**Дано:**

Вариант инвестирования №1 (облигации с фиксированным доходом):

Облигация с фиксированным доходом	с	N	t	k	b	f
		Номинал, рублей	Срок погашения, лет	Купон, %	Частота выплаты купона, раз в год	Вероятность банкротства компании, %

$g$  – время, прошедшее после покупки облигации до банкротства компании

**Найти:**

Оценить целесообразность покупки облигации с фиксированным доходом частной компании при заданном уровне риска.

**Подсказка:**

В отличие от вклада в банке, застрахованного в Агентстве Страхования Вкладов, при банкротстве компании ее кредиторы могут получить собственные средства в порядке очереди при распродаже имущества: работники компании стоят в очереди перед кредиторами, а собственники компании (владелец акции) за ними. При этом нет гарантии, что при дележе средств, полученных при распродаже имущества, кредитору будет возмещена полная сумма средств: полная стоимость номинала облигации.

**Решение:**

- 1) Ожидаемая сумма денег в конце периода при покупке облигации:  $(1 + k * g)N * (1 - f)$
- 2) Сумма средств при отказе от покупки облигации:  $N$

**Ответ:**

Если  $(1 + k * g)N * (1 - f) \geq N$ , покупать облигацию стоит. Иначе – покупать облигацию не стоит.

Задача 8. Оценить экономическую целесообразность продажи облигации с фиксированным доходом при необходимости средств на крупную покупку. Для этого рассчитать недополученные доходы и сопоставить с затратами по банковскому кредиту на ту же сумму. Данные для расчета – текущий курс облигаций, условия по потребительскому кредиту.

**Дано:**

Имеющиеся облигации:

Облигация с фиксированным доходом	с	D	N	t	P	k	b
		Количество облигаций	Номинал, рублей	Срок до погашения, лет	Текущая цена облигации, рублей	Купон, %	Частота выплаты купона, раз в год

$I$  % ставка по вкладу % годовых, накопленный процент  
 $S_k$  – сумма крупной покупки, рублей

Кредит на покупку:

$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$B$ – срок кредита, лет	Выплата процентов ежемесячно	Способ выплаты процентов аннуитет
Кредит	$r\%$	$B$	ежемесячно аннуитет

**Найти:**

Оценить экономическую целесообразность продажи облигации с фиксированным доходом при необходимости средств на крупную покупку.

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q - \text{ тело долга}$$

**Решение:**

- 1) Рассчитаем, сколько облигаций надо продать, чтобы совершить крупную покупку:
  - А. Если  $S_k > D * P$ , то необходимо дополнительно взять кредит на покупку (А)
  - В. Если  $S_k \leq D * P$ , то надо продать  $\left[\frac{S_k}{P}\right]$  облигаций (округляя в большую сторону) (В)
  - С. Не продавать облигации (С)
- 2) Рассчитаем чистую (с учетом всех денег и активов) конечную стоимость покупки для каждого из вариантов
  - А. Продаем все облигации и остаток необходимой суммы берем в банке:  $12X * B + D * P = 12B * (S_k - D * P) * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{B*12} - 1} \right) + D * P$
  - В. Продаем облигации, по оставшимся облигациям получаем доход:  $S_k - \left(P * \left[\frac{S_k}{P}\right] - S_k\right) - \left(D - \left[\frac{S_k}{P}\right]\right) * (k * t * N + N)$
  - С. Берем всю сумму в банке и получаем доход по облигациям:  $12X * B - (D * (k * t * N + N)) = 12B * S_k * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{B*12} - 1} \right) - D * (k * t * N + N)$

3) Сравниваем издержки по трем вариантам и выбираем наименьшие

**Ответ:**  $\min \left( 12B * (S_k - D * P) * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{B*12} - 1} \right) + D * P; S_k - \left(P * \left[\frac{S_k}{P}\right] - S_k\right) - \left(D - \left[\frac{S_k}{P}\right]\right) * (k * t * N + N); 12X * B - (D * (k * t * N + N)) = 12B * S_k * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{B*12} - 1} \right) - D * (k * t * N + N) \right)$

Задача 9. Рассчитать доход от вложений в акции на различные сроки. Сопоставить с доходностью по банковским депозитам и вложениям в облигации с фиксированным доходом. Данные для расчета – ставки по облигациям с фиксированным доходом, ставки по банковским депозитам, прогноз изменения процентных ставок, прогноз стоимости акций.

**Дано:**

Вариант инвестирования №1 (акции):

	Номинал	Размер дивиденда, % от номинала	Частота выплаты дивидендов, раз в год	выплаты
Привилегированная акция	N	$d_1$	В конце года	

Обыкновенная акция N - В конце года

В текущем году чистая прибыль компании составила  $Pr$  рублей (хватает на выплату дивидендов всем типам акций). Уставной капитал компании  $E$  рублей, который сформирован из акций номиналом  $N$ . Уставной капитал составляют  $r\%$  привилегированных акций и  $(1 - r)\%$  обыкновенных.

Вариант инвестирования №2 (облигации с фиксированным доходом):

	Номинал, рублей	Срок погашения, лет	Купон, %	Частота выплаты купона, раз в год
Облигация с фиксированным доходом 1	$N$	$t$	$k$	$b$

Вариант инвестирования №3 (банковский вклад):

	Годовая ставка по вкладу, %	Срок вклада, лет	Выплата процентов	Капитализация процентов
Вклад:	$r$	$t_4$	ежемесячно	нет

**Найти:**

$D$  – годовая доходность акций.

Сопоставить с доходность по банковским депозитам

**Подсказка:**

Обыкновенные акции по сравнению с привилегированными дают право принятия решений на ежегодном общем собрании акционеров. При этом дивиденды по ним не фиксированные. Дивиденды по обыкновенным акциям выплачиваются после выплаты дивидендов по привилегированным. Если прибыли компании не хватает, чтобы выплатить дивиденды по привилегированным акциям, то последние становятся голосующими, то есть обыкновенными. Если практика невыплаты дивидендов продолжается, то акция становится обыкновенной голосующей.

**Решение:**

- Всего акций:  $\frac{E}{N}$ , из них  $\frac{E}{N} * r$  привилегированных,  $\frac{E}{N} * (1 - r)$  обыкновенных
- По одной привилегированной акции будет выплачено  $d_1 * N$  рублей в качестве дивидендов.
- По одной обыкновенной акции будет выплачено  $(Pr - d_1 * N * \frac{E}{N} * r) / \frac{E}{N} * (1 - r)$  рублей в качестве дивидендов
- При покупке облигации доходность облигации равна (при получении купона пополняем депозит):  $k * \left(1 + \frac{r * \frac{1 + (b - 1)}{2}}{4}\right)$
- Альтернативная возможность инвестировать – открыть вклад в банке. Доходность вклада в банке равна:  $r$
- Сравниваем доходности по инвестициям:

$$k * \left(1 + \frac{r * \frac{1 + (b - 1)}{2}}{4}\right) \text{ vs } r \text{ vs } (Pr - d_1 * N * \frac{E}{N} * r) / \frac{E}{N} * (1 - r) \text{ vs } d_1$$

**Ответ:**

Выбираем инвестицию с наибольшей доходностью

## Практические задания к сценарию «Забота о здоровье»

Задача 1. Определить необходимость медицинского обследования. Данные для расчета: начальный уровень здоровья, скорость его снижения, стоимость и продолжительность лечения заболевания на разных стадиях.

**Дано:**

Начальный уровень здоровья:  $Y_0$

Стадия заболевания, $i$	Начальный уровень здоровья на стадии	Продолжительность стадии заболевания, недель	Стоимость лечения на данной стадии, рублей
1	$Y_1$	$T_1$	$X_1$
2	$Y_2$	$T_2$	$X_2$
3	$Y_3$	$T_3$	$X_3$

Уровень здоровья, на котором начинается принудительное лечение с временной потерей трудоспособностью:  $Y_3$

**Найти:** Через какой промежуток времени при текущем уровне здоровья произойдет временная потеря трудоспособности?

**Решение:**

- 1) Определим текущую стадию заболевания  $i$  в таблице
- 2) Определим, сколько времени необходимо для перехода на следующую стадию:  $\frac{(Y_{i+1}-Y_0)}{Y_{i+1}-Y_i} * T_i$
- 3) Определим, сколько времени после перехода на следующую стадию потребуется для достижения уровня здоровья  $Y_3$

**Ответ:**  $T$  недель

Задача 2. Определить необходимость немедленного решения проблемы со здоровьем. Данные для расчета: скорость снижения здоровья, стоимость и продолжительность лечения заболевания на разных стадиях.

**Дано:**

Начальный уровень здоровья:  $Y_0$

Зарплата в начальном периоде:  $W_0$  (50% выплачивается в конце первой недели месяца, 50%-в конце третьей. Для простоты расчет можно считать, что в месяце 4 недели)

Доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления:  $D\%$

Текущих накоплений нет

Стадия заболевания, $i$	Начальный уровень здоровья на стадии	Продолжительность стадии заболевания, недель	Стоимость лечения на данной стадии, рублей
1	$Y_1$	$T_1$	$X_1$
2	$Y_2$	$T_2$	$X_2$
3	$Y_3$	$T_3$	$X_3$

Уровень здоровья, на котором начинается принудительное лечение с временной потерей трудоспособностью:  $Y_3$

**Найти:** Сколько времени пройдет, прежде чем появится возможность оплатить лечение?

**Решение:**

- 1) По аналогии с предыдущей задачей определим, сколько времени необходимо для перехода на следующих стадий заболевания  $T_i$  и сколько времени потребуется для достижения уровня здоровья  $Y_3 - T_{i+1}$
- 2) Определить стоимость лечения на каждой стадии заболевания
- 3) Рассчитать возможность оплатить лечение в каждую из недель

**Ответ:**  $T$  недель

Задача 3. Определить вероятность заболевания, при котором медицинская страховка оказывается экономически более выгодной, чем ее отсутствие. Данные для расчета – стоимость лечения, стоимость страховки каждого типа.

**Дано:**

$S^k$	рублей	стоимость лечения, зависящая от класса
$A_{k^*}$	рублей	ежегодная стоимость страхового полиса, зависящая от класса лечения
$k^*$		класс лечения (выбранный в четвертой задаче) $k^* = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$g^{\text{эксп}}$	%	вероятность наступления страхового случая, когда необходима медицинская помощь (оценивается экспертами)

**Найти:**

Оценить необходимость оформления медицинской страховки.

**Подсказка:**

Страховые компании с помощью оценки вероятности наступления страхового случая рассчитывают стоимость медицинского страхового полиса. В самом общем случае стоимость страхового полиса рассчитывается следующим образом (как математическое ожидание вероятности наступления страхового случая с самыми тяжелыми повреждениями):

$$A^k = g * S^k$$

**Решение:**

$$g^{\text{эксп}} \text{ vs } g = \frac{A^k}{S^k}$$

**Ответ:** Необходимость оформления медицинской страховки при заданной оценке вероятности наступления страхового случая

Задача 4. В предыдущую задачу вводится необходимость кредитования для лечения и, соответственно, уплаты процентов по кредиту. К исходным данным добавляется процентная ставка по кредиту.

**Дано:**

$S^k$	рублей	стоимость лечения, зависящая от класса
$A_{k^*}$	рублей	ежегодная стоимость страхового полиса, зависящая от класса лечения
$k^*$		класс лечения (выбранный в четвертой задаче) $k^* = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
$g^{\text{эксп}}$	%	вероятность наступления страхового случая, когда необходима медицинская помощь (оценивается экспертами)

Для покупки страхового полиса можно взять кредит:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, месяцев
Кредит 1	$r^1\%$	$N$
Кредит 2	$r^2\%$	$N$

**Найти:**

Оценить необходимость оформления медицинской страховки.

**Подсказка:**

Страховые компании с помощью оценки вероятности наступления страхового случая рассчитывают стоимость медицинского страхового полиса. В самом общем случае стоимость страхового полиса рассчитывается следующим образом (как математическое ожидание вероятности наступления страхового случая с самыми тяжелыми повреждениями):

$$A^k = g * S^k$$

**Решение:**

$K$  – ежемесячные выплаты по кредиту, рублей

$$K = A_k * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^N - 1} \right)$$

$$g^{\text{эксп}} \text{ vs } g = \frac{K * N}{S^k}$$

**Ответ:**

Необходимость оформления медицинской страховки при заданной оценке вероятности наступления страхового случая

Задача 5. Определить необходимость дополнительных вложений для повышения здоровья. Данные для расчета – снижение вероятности заболевания (повышение уровня здоровья) от дополнительных вложений, ставка оплаты труда, срок нетрудоспособности при серьезной болезни, затраты на лечение болезни, стоимость дополнительных вложений, ставка по депозиту.

**Дано:**

$W$  – ставка оплаты труда, рублей

$d$  - срок нетрудоспособности при серьезной болезни, дней

$F$  - затраты на лечение болезни, рублей

$t$  – количество рабочих дней в месяц

$i$  - ставка по депозиту, % годовых

$R$  – стоимость дополнительных вложений в здоровье в месяц, рублей

$S$  – вероятность несчастного случая

**Найти:**

**Решение:**

Если  $R > s \left( \frac{W}{t} * d + F \right)$ , то необходимые вложения в повышение уровня здоровья делать не надо, иначе - необходимые вложения в повышение уровня здоровья в размере  $R$  делать надо.

**Ответ:**

Если  $R > s \left( \frac{W}{t} * d + F \right)$ , то вложения в повышение уровня здоровья делать не надо, иначе - вложения в повышение уровня здоровья в размере  $R$  делать надо.

Задача 6. Выбрать оптимальные дополнительные вложения для повышения здоровья. Данные для расчета – по каждому из видов дополнительных вложений в здоровье – снижение вероятности заболевания (повышение уровня здоровья) от дополнительных вложений, ставка оплаты труда, срок нетрудоспособности при серьезной болезни, затраты на лечение болезни, стоимость дополнительных вложений, ставка по депозиту.

**Дано:**

$h$  - снижение вероятности заболевания (повышение уровня здоровья) от дополнительных вложений на 1000 рублей вложений

$f$  – вероятность заболевания, %

$W$  – ставка оплаты труда, рублей

$d$  - срок нетрудоспособности при серьезной болезни, дней

$F$  - затраты на лечение болезни, рублей

$i$  - ставка по депозиту, % годовых

**Найти:**

$R$  – стоимость дополнительных вложений в здоровье в месяц, рублей

**Решение:**

$$R + f * \left( 1 - h * \frac{R}{1000} \right) * (W * d + F) > f * (1 - h) * (W * d + F)$$

**Ответ:  $R$ , рублей в месяц**

Задача 7. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для лечения каждого типа. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$A$	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S$	рублей	общая стоимость лечения (необходимая для накопления сумма)
$D$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для оплаты лечения, лет

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости лечения:

$$12 * d * W_0 * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{n-1}) = S$$

**Ответ:**

$$n = \ln\left(\frac{a * S}{12 * d * W_0} + 1\right) / \ln(1 + a)$$

**Отдельная часть данного решения:**

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки, месяцев

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости покупки:

$$t * d * W_0 * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{\lfloor t/12 \rfloor - 1}) = S$$

В квадратных скобках – целая часть числа

**Ответ:**

$$d = \frac{S}{t * W_0 * \frac{(1+a)^{\lfloor t/12 \rfloor - 1}}{a}}$$

Задача 8. В предыдущую задачу дополнительно вводятся темпы роста заработной платы и роста стоимости лечения.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S$	рублей	общая стоимость лечения (необходимая для накопления сумма),
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для, лет

**Решение:**

3) Ежемесячно в периоде  $n$  на банковский депозит вносится сумма  $d * W_0$

За год можно накопить  $d * W_0 * \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}}$ , а еще через год эта сумма увеличится в  $(1 + \frac{i}{12})^{12}$  раз.

За все время  $N$  лет на депозите накопится

$$d * W_0 * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}$$

3) Находим  $N$ :

$$d * W_0 * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1} = S$$

**Ответ:**

$$N = \ln \left( \frac{S * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) + 1}{d * W_0 * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right)} \right) // \ln \left( (1 + \frac{i}{12})^{12} \right)$$

**Отдельная часть данного решения:**

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S_k$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для покупки, лет

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

За все время на депозите накопится

$$d * (W_0) * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^{\lfloor t/12 \rfloor} - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}$$

Находим  $d$

$$d * (W_0) * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{((1 + \frac{i}{12})^{12})^{\lfloor t/12 \rfloor} - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1} = S$$

В квадратных скобках – целая часть числа

**Ответ:**

$$d = \frac{S * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{i}{12}}{(W_0) * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \left( \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12})^{\lfloor t/12 \rfloor} - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1} \right)}$$

Задача 9. Оценить максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов. Данные для расчета – собственный доход, максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита, процентная ставка по кредиту. Для перевода ежемесячного платежа в итоговую сумму используется формула аннуитета, которая приводится в качестве подсказки/дополнительной информации. Для упрощения условий расчета используется 3 варианта срока, каждый со своей процентной ставкой.

В качестве дополнительного параметра может быть установлен кредитный лимит (экспертная функция от дохода). В этом случае максимально возможный размер кредита – минимум из результатов оценки и кредитного лимита.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

Есть возможность взять один из двух кредитов:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет
Кредит 1	$r^1\%$	$N^1$
Кредит 2	$r^2\%$	$N^2$

$L$  – экспертный лимит по кредиту (можно взять максимально возможный кредит, не превышающий экспертный лимит, установленный банком, рублей).

**Найти:**

$K$  – максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов, рублей.

$n$  – номер кредита, по которому можно получить максимально возможный размер кредита

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q - \text{ тело долга}$$

**Решение:**

Для расчета необходимо сравнить максимально возможный размер кредита по двум альтернативным вариантам:

$$\min \left( d * \frac{W_0}{\frac{r^1}{12} + \frac{\frac{r^1}{12}}{\left(1 + \frac{r^1}{12}\right)^{N^1*12} - 1}}; L \right) \text{ vs } \min \left( d * \frac{W_0}{\frac{r^2}{12} + \frac{\frac{r^2}{12}}{\left(1 + \frac{r^2}{12}\right)^{N^2*12} - 1}}; L \right)$$

Если суммы равны, то выбирается кредит в соответствии с собственными предпочтениями.

**Ответ:**

Номер кредита с максимально возможной суммой ( $k^*$ :  $r$  – ставка по кредиту, % годовых,  $N$  – срок кредита, лет)

Задача 10. Определить параметры лечения, которую можно приобрести, исходя из данного размера кредита, и принять решение об оптимальной стратегии поведения: отказаться от покупки, отложить покупку на срок, достаточный для повышения своей кредитоспособности, выбрать оптимальный размер квартиры.

**Дано:**

$K$	рублей	максимально возможный размер кредита (из задачи 3),
$S_k$	рублей	общая стоимость лечения (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$



Есть возможность инвестировать (положить деньги на вклад в банк):

d	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)
---	---	--

**Найти:**

P - оптимальный размер первоначального взноса, %.

**Решение:**

Необходимо рассчитать затраты (V, рублей) по каждому из кредитов в конце периода:

Кредит 1:

$$V^1 = X^1 * 12N + S_k * f * N = 12N * S_k * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right) + S_k * f * N$$

Кредит 2:

$$\begin{aligned} V^2 &= X^2 * 12N + S_k * f * N - S_k P * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{N*12} \\ &= 12 * N * (1 - P) * S_k * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right) + S_k * f * 12N - P * S_k \\ &\quad * \left(1 + \frac{d}{12}\right)^{N*12} \end{aligned}$$

Сравниваем  $V^1$  и  $V^2$ .

Задача 12. Определить необходимость досрочного погашения. Данные для расчета – дополнительный доход. Необходимо рассчитать, что выгоднее – досрочное погашение или иная форма инвестиций (банковский депозит).

**Задача повышенной сложности. Необходим расчет с потоком.**

**Дано:**

$S_k$	рублей за м <sup>2</sup>	общая стоимость лечения (необходимая для накопления сумма), зависящая от класса $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$
k		Класс лечения, $k = \{\text{Стандарт, Премиум, Бизнес}\}$ (из задачи 3)
i	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)
l	рублей	дополнительный доход
$N_0$		Дата единовременной выплаты

Для приобретения автомобиля берем кредит:

	r – ставка по кредиту (% в год)	N – срок кредита, лет	P – первоначальный взнос
Кредит (из задачи 5)	r%	N	a%

**Найти:**

Необходимо ли досрочно погашать кредит?

**Решение:**

1) При инвестировании суммы доход от депозита составит:  $l * \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{(N^{**} - N_0) * 12}$ , а затраты на

кредит без досрочного погашения  $S_k * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} * 12} - 1} \right) * 12 * N^{**}$

2) При частичном погашении уменьшается тело долга (X). X в t0 составляет  $S_k \cdot (1-a)$ . В каждом последующем периоде оно уменьшается на разницу аннуитетного платежа  $S_k \cdot (1-a) \cdot$

$\left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} \cdot 12} - 1} \right)$  и процентов за предыдущий период. X1 составит

$$S_k \cdot (1-a) \cdot \left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right) - S_k \cdot (1-a) \cdot \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} \cdot 12} - 1} \right) = S_k \cdot (1-a) \cdot \left(1 - \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} \cdot 12} - 1}\right)$$

$$X_2 = \left[ S_k \cdot (1-a) \cdot \left(1 - \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} \cdot 12} - 1}\right) \right] \cdot \left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right) - S_k \cdot (1-a) \cdot \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} \cdot 12} - 1} \right)$$

...

$$X_n = X_{n-1} \cdot \left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right) - S_k \cdot (1-a) \cdot \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} \cdot 12} - 1} \right)$$

3) Находим остаток тела долга на момент  $N_0$  и уменьшаем его на I.

По частично погашенному кредиту сумма платежей составит  $(X_{N_0} - I) \cdot \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} \cdot 12 - N_0} - 1} \right) \cdot 12 \cdot (N^{**} - N_0)$

4) Сравнить расходы при частичном погашении  $(X_{N_0} - I) \cdot \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} \cdot 12 - N_0} - 1} \right) \cdot 12 \cdot$

$(N^{**} - N_0) + S_k \cdot (1-a) \cdot \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} \cdot 12} - 1} \right) \cdot 12 \cdot N_0$  и без  $S_k \cdot (1-a) \cdot$

$\left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{\left(1 + \frac{r^{**}}{12}\right)^{N^{**} \cdot 12} - 1} \right) \cdot 12 \cdot N^{**} - I \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{(N^{**} - N_0) \cdot 12}$

< - Стоит погасить кредит с помощью накопленной суммы, иначе – следует положить накопленную сумму в банк

**Ответ:** Стоит погасить кредит с помощью накопленной суммы/ Следует положить накопленную сумму в банк

## Практические задания к сценарию «Отдых и путешествия»

Задача 1. Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для поездки в отпуск. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления. Темпы роста заработной платы задается внешним образом. Задача аналогична сценариям «Недвижимость» и «Автомобиль», «Покупка гаджета»

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S$	рублей	общая стоимость покупки (необходимая для накопления сумма)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для оплаты поездки, лет

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости поездки:

$$12 * d * W_0 * (1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{n-1}) = S$$

**Ответ:**

$$n = \ln\left(\frac{a * S}{12 * d * W_0} + 1\right) / \ln(1 + a)$$

Задача 1.2\* Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для оплаты поездки. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления, банковский вклад с капитализацией процентов. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$S$	рублей	общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма),
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Найти:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для оплаты поездки, лет

**Решение:**

1) Ежемесячно в периоде  $n$  на банковский депозит вносится сумма  $d * W_0$

За год можно накопить  $d * W_0 * \frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}}$ , а еще через год эта сумма увеличится в

$$\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \text{ раз.}$$

За все время  $N$  лет на депозите накопится

$$d * W_0 * \left(\frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}}\right) * \frac{\left((1 + \frac{i}{12})^{12}\right)^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}$$

3) Находим  $N$ :

$$d * W_0 * \left(\frac{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1}{\frac{i}{12}}\right) * \frac{\left((1 + \frac{i}{12})^{12}\right)^N - 1}{(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1} = S$$

**Ответ:**

$$N = \ln \left( \frac{S * \left( \left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - 1 \right)}{d * W_0 * \left( \frac{\left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right)} + 1 \right) // \ln \left( \left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \right)$$

**Задача 1.3** Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для оплаты поездки. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S$	рублей	общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма)

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для оплаты поездки, месяцев

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

В периоде  $n$  необходимо накопить сумму, равную общей стоимости поездки:

$$t * d * W_0 * \left( 1 + (1 + a) + (1 + a)^2 + \dots + (1 + a)^{\lfloor t/12 \rfloor - 1} \right) = S$$

В квадратных скобках – целая часть числа

**Ответ:**

$$d = \frac{S}{t * W_0 * \frac{\left( (1 + a)^{\lfloor t/12 \rfloor - 1} - 1 \right)}{a}}$$

**Задача 1.4** Рассчитать время, необходимое для накопления средств, достаточных для оплаты поездки. Данные для расчета – заработная плата (растет от года к году с постоянным темпом), часть заработной платы, отчисляемая в накопления, банковский вклад с капитализацией процентов. Темпы роста заработной платы задается внешним образом. В качестве отдельной задачи можно рассмотреть выбор оптимальной доли доходов, отчисляемой в накопления.

**Задача 1.4\***

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$a$	%	темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом)
$S_k$	рублей	общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма)
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления
$i$	%	ставка по депозиту % годовых, накопленный процент

**Выбор:**

$t$  – время, необходимое для накопления средств, достаточных для оплаты поездки, лет

**Найти:**

$d$  – доля заработной платы, отчисляемая на накопления, %

**Решение:**

За все время на депозите накопится

$$d * (W_0) * \left( \frac{\left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left( \left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \right)^{\lfloor t/12 \rfloor} - 1}{\left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - 1}$$

Находим  $d$

$$d * (W_0) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^{\lfloor t/12 \rfloor} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} = S$$

В квадратных скобках – целая часть числа

**Ответ:**

$$d = \frac{S * \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 * \frac{i}{12}}{(W_0) * \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 \right) * \left( \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} \right)^{\lfloor t/12 \rfloor} - 1}$$

Задача 2. Оценить максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов. Данные для расчета – собственный доход, максимально возможная доля дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита, процентная ставка по кредиту. Для перевода ежемесячного платежа в итоговую сумму используется формула аннуитета, которая приводится в качестве подсказки/дополнительной информации. Задача аналогична сценариям «Недвижимость» и «Автомобиль», «Покупка гаджета»

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде
$d$	%	доля заработной платы, ежемесячно отчисляемая на накопления

Есть возможность взять один из двух кредитов:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет
Кредит 1	$r^1\%$	$N^1$
Кредит 2	$r^2\%$	$N^2$

$L$  – экспертный лимит по кредиту (можно взять максимально возможный кредит, не превышающий экспертный лимит, установленный банком, рублей).

**Найти:**

$K$  – максимально возможный размер кредита, исходя из собственных доходов, рублей.

$n$  – номер кредита, по которому можно получить максимально возможный размер кредита

**Подсказка:**

Формула расчета аннуитетного платежа:

$$X = Q * \left( \frac{r}{12} + \frac{\frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{N*12} - 1} \right), \text{ где } Q \text{ – тело долга}$$

**Решение:**

Для расчета необходимо сравнить максимально возможный размер кредита по двум альтернативным вариантам:

$$\min \left( d * \frac{W_0}{\frac{r^1}{12} + \frac{\frac{r^1}{12}}{\left(1 + \frac{r^1}{12}\right)^{N_1*12} - 1}}; L \right) \text{ vs } \min \left( d * \frac{W_0}{\frac{r^2}{12} + \frac{\frac{r^2}{12}}{\left(1 + \frac{r^2}{12}\right)^{N_2*12} - 1}}; L \right)$$

Если суммы равны, то выбирается кредит в соответствии с собственными предпочтениями.

**Ответ:**

Номер кредита с максимально возможной суммой ( $k^*$ :  $r$  – ставка по кредиту, % годовых,  $N$  – срок кредита, лет)

Задача 4. Определить экономическую целесообразность использования займа МФО, в случае если стоимость отдыха превышает максимально возможную долю дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита. Данные для расчета – процентные ставки по займам МФО (кредит на срок, не превышающий 30 дней, «до полочки»).

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$a$  – темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом), %

$d$  – доля заработной платы, которая может быть направлена на обслуживание кредита, %

Есть возможность взять кредита МФО:

	$r$ – ставка по кредиту (% в день)	Начисление процентов	$N$ – срок кредита, дней	$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	Выплата процентов и тела долга
Кредит МФО	$r^{\text{МФО}}\%$	ежедневно	$N$ (не более 30 дней)	$L$	В конце срока

Способ начисления процентов: простые проценты

$S_k$  – общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма), рублей

**Найти:**

Возможность погашения кредита МФО

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}})$ ;
- 2) Необходимо сравнить платеж по кредиту МФО и долю дохода, направляемую на обслуживание кредита

Если  $d * W_0 > X$

(где  $S_k$  – стоимость покупки, тело долга), то займ МФО целесообразен

- 3) Иначе – кредит нецелесообразен, так как возможности погашения кредита после получения зарплаты нет, и будут введены штрафные санкции

**Ответ:** кредит Мфо целесообразен/ нецелесообразен

Задача 4.2 Определить экономическую целесообразность использования займа МФО, в случае если стоимость отдыха превышает максимально возможную долю дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита. Данные для расчета – процентные ставки по займам МФО (кредит на срок, не превышающий 30 дней, «до полочки»).

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$a$  – темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом), %

$d$  – доля заработной платы, которая может быть направлена на обслуживание кредита, %

Есть возможность взять кредита МФО:

	г – ставка по кредиту (% в день)	Начисление процентов	N – срок кредита, дней	L – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	Выплата процентов и тела долга
Кредит МФО	$r^{\text{МФО}}\%$	ежедневно	N (не более 30 дней)	L	В конце срока

Способ начисления процентов: сложные проценты

$S_k$  – общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма), рублей

**Найти:**

Возможность погашения кредита МФО

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N$ ;
- 2) Необходимо сравнить платеж по кредиту МФО и долю дохода, направляемую на обслуживание кредита

Если  $d * W_0 > X$

(где  $S_k$  – стоимость покупки, тело долга), то займ МФО целесообразен

- 3) Иначе – кредит нецелесообразен, так как возможности погашения кредита после получения зарплаты нет, и будут введены штрафные санкции

**Ответ:** кредит Мфо целесообразен/ нецелесообразен

Задача 4.3\* Определить экономическую целесообразность использования займа МФО, в случае если стоимость отдыха превышает максимально возможную долю дохода, которая может быть направлена на обслуживание кредита. Данные для расчета – процентные ставки по займам МФО (кредит на несколько месяцев).

**Дано:**

$W_0$  – заработная плата в начальном периоде, рублей

$a$  – темп прироста заработной платы (растет от года к году с постоянным темпом), %

$d$  – доля заработной платы, которая может быть направлена на обслуживание кредита, %

Есть возможность взять кредита МФО:

	г – ставка по кредиту (% в день)	Начисление процентов	N – срок кредита, недель	L – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	Выплата процентов и тела долга
Кредит МФО	$r^{\text{МФО}}\%$	ежедневно	N	L	Еженедельно

Способ выплаты процентов: аннуитетная схема

$S_k$  – общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма), рублей

**Найти:**

Возможность погашения кредита МФО

**Подсказка:**

Еженедельная выплата по микрозайму рассчитывается по формуле:  $X = Q * \left( r + \frac{r}{(1+r)^{N-1}} \right)$ , где

$r$  – еженедельная ставка ( $r = 7 * r^{\text{АН}}$ )

**Решение:**

- 1) Ежедневный платеж по данному кредиту составит:  $X = (r * 7 + \frac{7r}{(1+r*7)^{N-1}})$
- 2) Необходимо сравнить платеж по кредиту МФО и долю дохода, направляемую на обслуживание кредита

Если  $d * W_0 > X$

(где  $S_k$  – стоимость покупки, тело долга), то займ МФО целесообразен

- 3) Иначе – кредит нецелесообразен, так как возможности погашения кредита после получения зарплаты нет, и будут введены штрафные санкции

**Ответ:** кредит Мфо целесообразен/ нецелесообразен

Задача 5.1. Оценить размер штрафных санкций, которые потребует МФО в случае несвоевременного погашения кредита. Задача аналогична сценарию «Покупка гаджета»

**Дано:**

Берем кредит МФО:

	Кредит МФО
$r$ – ставка по кредиту (% в день)	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
$N$ – срок кредита, дней	$N$ не более 30 дней)
Способ начисления процентов	простые проценты
$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	$L$
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	$z$
Способ начисления штрафных процентов	простые проценты на общую сумму задолженности

$S_k$  – общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма), рублей

**Найти:**  $Z$  – размер штрафных санкций, рублей

**Выбор:**  $K$  – период после окончания срока кредита МФО, в котором определяем  $Z$ , дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}})$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять  $z\%$  на общую сумму задолженности:

$$X = \min(S_k; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}}) * (1 + (z + r^{\text{МФО}}) * k)$$

**Ответ:** размер штрафа за  $k$  дней составит  $X = \min(S_k; L) * (1 + N * r^{\text{МФО}})(z * k)$

Задача 5.2\* Оценить размер штрафных санкций, которые будут наложены МФО в случае несвоевременного погашения кредита.

**Дано:**

Берем кредит МФО:

	Кредит МФО
$r$ – ставка по кредиту (% в <b>день</b> )	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
$N$ – срок кредита, дней	$N$ не более 30дней)
Способ начисления процентов	сложные проценты
$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	$L$
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	$z$
Способ начисления штрафных процентов	сложные проценты на общую сумму задолженности

$S_k$  – общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма), рублей

**Найти:**  $Z$  – размер штрафных санкций, рублей

**Выбор:**  $K$  – период после окончания срока кредита МФО, в котором определяем  $Z$ , дней

**Решение:**

1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N$

2) За каждый день просрочки МФО будет начислять  $z\%$  на общую сумму задолженности:

$$X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N * (1 + (r^{\text{МФО}} + z))^k$$

**Ответ:** размер штрафа за  $k$  дней составит

$$X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N * ((1 + (z))^k - 1)$$

Задача 6. Оценить время, в течение которого будет утрачено все имеющееся имущество в случае несвоевременного погашения кредита МФО и наложения штрафных санкций. Задача аналогична сценарию «Покупка гаджета»

**Дано:**

Есть кредит МФО:

	Кредит МФО
$r$ – ставка по кредиту (% в <b>день</b> )	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
$N$ – срок кредита, дней	$N$ не более 30дней)
Способ начисления процентов	простые проценты
$L$ – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	$L$
Выплата процентов и тела долга	В конце срока

Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	z
Способ начисления штрафных процентов	простые проценты на общую сумму задолженности

$S_k$  – общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма), рублей

I – стоимость имущества, рублей

**Выбор:** Продолжаем или не продолжаем погашать кредит после истечения его срока

**Найти:** t – время, за которое имущество будет утрачено, дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}})$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять z% на общую сумму задолженности:  $X = \min(S_k; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}}) * (1 + k(r^{\text{МФО}} + z))$
- 3) Эта сумма будет равна размеру имеющегося имущества:

$$k = \frac{\frac{I}{\min(S_k; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}})} - 1}{r^{\text{МФО}} + z}$$

$$\text{Ответ: } k = \frac{\frac{I}{\min(S_k; L) * (1 + Nr^{\text{МФО}})} - 1}{r^{\text{МФО}} + z} \text{ дней}$$

**Задача 6.2\*** Оценить время, в течение которого будет утрачено все имеющееся имущество в случае несвоевременного погашения кредита МФО и наложения штрафных санкций.

**Дано:**

Есть кредит МФО:

	Кредит МФО
r – ставка по кредиту (% в день)	$r^{\text{МФО}}\%$
Начисление процентов	ежедневно
N – срок кредита, дней	N не более 30дней)
Способ начисления процентов	сложные проценты
L – экспертный лимит по кредиту МФО, рублей	L
Выплата процентов и тела долга	В конце срока
Штрафной процент по непогашенной сумме кредита на конец срока, начисление ежедневное	z
Способ начисления штрафных процентов	сложные проценты на общую сумму задолженности

$S_k$  – общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма), рублей

I – стоимость имущества, рублей

**Выбор:** Продолжаем или не продолжаем погашать кредит после истечения его срока

**Найти:**  $t$  – время, за которое имущество будет утрачено, дней

**Решение:**

- 1) В конце срока необходимо вернуть МФО:  $X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N$
- 2) За каждый день просрочки МФО будет начислять  $z\%$  на общую сумму задолженности:  $X = \min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N * (1 + (r^{\text{МФО}} + z))^k$
- 3) Эта сумма будет равна размеру имеющегося имущества:

$$k = \ln\left(\frac{I}{\min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N}\right) / \ln(1 + (r^{\text{МФО}} + z))$$

**Ответ:**  $k = \frac{\ln\left(\frac{I}{\min(S_k; L) * (1 + r^{\text{МФО}})^N}\right)}{\ln(1 + (r^{\text{МФО}} + z))}$  дней

Задача 7. Определить экономический эффект от отдыха. Данные для расчета – уровень дохода, рост производительности труда. Задача аналогична сценарию «Покупка гаджета»

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде, зависит от производительности труда
$\gamma$	%	рост производительности труда после поездки
$S$	рублей	общая стоимость поездки

**Найти:**  $W_\gamma - W_0$  - рост заработной платы благодаря росту производительности труда

**Решение:**

$$W_\gamma - W_0 = W_0 * \gamma$$

**Ответ:**  $W_0 * \gamma$  рублей в месяц, поездка окупится через  $S / W_0 * \gamma$  месяцев

Задача 8. Определить альтернативные варианты отдыха и выбрать наилучший. Данные для расчета – уровень дохода, рост производительности труда. Задача аналогична сценарию «Покупка гаджета»

**Дано:**

$W_0$	рублей	заработная плата в начальном периоде, зависит от производительности труда
$\gamma_i$	%	рост производительности труда после поездки
$S_i$	рублей	общая стоимость поездки (необходимая для накопления сумма), зависит от типа поездки
$i$		Тип поездки, $i = \{\text{Стандарт; более дешевый; более дорогой}\}$

**Найти:**  $W_{\gamma_i} - W_0$  - рост заработной платы благодаря росту производительности труда

**Решение:**

Тип  $i$ , при котором  $W_{\gamma_i} - W_0 = W_0 * \gamma_i$  наибольшее

**Ответ:** Тип  $i = \{\text{Стандарт; более дешевый; более дорогой}\}$ , экономическая эффективность составит  $W_0 * \gamma_i$  рублей в месяц, поездка окупится через  $S_i / W_0 * \gamma_i$  месяцев

Задача для продвинутого уровня. Она решается потоком.

Задача 9. Определить необходимость досрочного погашения. Данные для расчета – дополнительный доход. Необходимо рассчитать, что выгоднее – досрочное погашение или иная форма инвестиций (банковский депозит). – задача аналогична сценариям «Недвижимость», «Автомобиль», «Покупка гаджета»

**Дано:**

$S_k$	рублей	общая стоимость поездки
$i$	%	годовая ставка процента (вклад с капитализацией процентов)
$I$	рублей	дополнительный доход
$N_0$		дата единовременной выплаты

Для приобретения квартиры берем кредит:

	$r$ – ставка по кредиту (% в год)	$N$ – срок кредита, лет	$a$ – первоначальный взнос
Кредит (из задачи 3)	$r\%$	$N$	$a\%$

**Найти:**

Необходимо ли досрочно погашать кредит?

**Решение:**

1) При инвестировании суммы доход от депозита составит:  $I * (1 + \frac{i}{12})^{(N^{**} - N_0) * 12}$ , а затраты на кредит без

досрочного погашения  $S * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) * 12 * N^{**}$

2) При частичном погашении уменьшается тело долга ( $X$ ).  $X$  в  $t_0$  составляет  $S_k * m * (1 - a)$ . В каждом последующем периоде оно уменьшается на разницу аннуитетного платежа  $S * (1 - a) *$

$\left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right)$  и процентов за предыдущий период.  $X_1$  составит

$$S * (1 - a) * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) = S * (1 - a) * (1 - \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1})$$

$$X_2 = \left[ S_k * m * (1 - a) * \left( (1 - \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) \right]$$

...

$$X_n = X_{n-1} * (1 + \frac{r^{**}}{12}) - S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right)$$

3) Находим остаток тела долга на момент  $N_0$  и уменьшаем его на  $I$ .

По частично погашенному кредиту сумма платежей составит  $(X_{N_0} - I) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12 - N_0} - 1}} \right) * 12 * (N^{**} - N_0)$

4) Сравнить расходы при частичном погашении  $(X_{N_0} - I) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12 - N_0} - 1}} \right) * 12 * (N^{**} - N_0) +$

$$S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) * 12 * N_0 \text{ и без } S_k * m * (1 - a) * \left( \frac{r^{**}}{12} + \frac{\frac{r^{**}}{12}}{(1 + \frac{r^{**}}{12})^{N^{**} * 12} - 1}} \right) * 12 * N^{**} - I * (1 + \frac{i}{12})^{(N^{**} - N_0) * 12}$$

< - Стоит погасить кредит с помощью накопленной суммы, иначе – следует положить накопленную сумму в банк

**Ответ:** Стоит погасить кредит с помощью накопленной суммы/ Следует положить накопленную сумму в банк

Задача 10. Определить для компании из скольки человек оптимальным видом транспорта для поездки в отпуск перестает быть поезд – и становится машина. Данные для расчета – стоимость билета на поезд, расходы на бензин за поездку до пункта назначения.

**Дано:**

T	Рублей	стоимость билета на поезд
f	Рублей	стоимость 1 литра бензина
G	Литров	средний расход бензина в поездке (от начального пункта до конечного)

**Найти:**

$N$  – размер компании, человек, при котором оптимальным видом транспорта для поездки в отпуск перестает быть поезд – и становится машина (максимальная вместимости автомобиля 5 человек)

**Решение:**

$$T * N > \left[ \frac{N}{5} \right] * G * f$$

**Ответ**

$$T * N > \left[ \frac{N}{5} \right] * G * f$$

Задача 11. Определить размер потерь при банкротстве турфирмы. Данные для расчета – вероятность банкротства, затраты на отдых.

**Дано:**

S	Рублей	стоимость поездки, приобретенной у турфирмы
g	%	вероятность банкротства турфирмы

**Найти:**

$C$  – ожидаемый размер потерь при банкротстве турфирмы, рублей.

**Подсказка:**

Ожидаемые потери рассчитываются как математическое ожидание:  $S * g$

**Решение:**  $C = S * g$

**Ответ:**  $C = S * g$

Задача 12. Определить, в каком виде оптимально везти с собой денежные средства в отпуск. Данные для расчета: курс обмена рублей на местную валюту на месте (невыгодный), комиссия за снятие наличных из банкомата.

**Дано:**

$R^+$  – курс обмена рублей на иностранную валюту на месте, единиц иностранной валюты за рубль.

$R$  – курс обмена рублей на иностранную валюту в банке, который выдал карту, по которой осуществляются денежные операции в поездке, единиц иностранной валюты за рубль.

**Найти:**

При какой  $k$  – комиссии за снятие наличных в банкомате, % от суммы снятия – в поездке выгоднее брать деньги на карте и на месте снимать деньги в банкомате, чем брать рубли в наличной форме и менять их на месте

**Решение:**

Если  $\frac{1}{R^+} \geq \frac{(1-k)}{R}$ , то выгодно брать деньги на карте

**Ответ:**

$$k \geq 1 - \frac{R}{R^+}$$

Задача 13. Оценить уровень затрат на медицинские услуги, которые необходимо будет произвести во время отпуска, в случае наступления страхового случая и отсутствия страховки. Данные для расчета – стоимость различных медицинских услуг.

**Дано:**

X – общая стоимость затрат на медицинские услуги во время отпуска при наступлении страхового случая

d – вероятность наступления страхового случая

**Найти:**

G – максимальная стоимость страхового полиса, покрывающего все издержки при наступлении страхового случая

**Решение:**

$$G=dX$$

**Ответ:**

$$G=dX$$

## Практические задания к сценарию «Образование, карьера и обеспечение старости»

Задача 1. Рассчитать время, необходимое для выхода на карьерный рост желаемого типа.

Данные для расчета – ожидаемое время продвижения по карьерной лестнице в зависимости от образования.

**Дано:**

Образование	Количество месяцев, необходимое для повышения должности на 1 уровень
Нет высшего образования	36
Бакалавриат (4 года)	9
Магистратура (2 года)	7
Аспирантура (3 года)	4

**Найти:**

$t$  - время, необходимое для выхода на карьерный рост желаемого типа, месяцев

**Выбор игрока:**

$k$  – количество ступеней, которые необходимо преодолеть, чтобы достичь желаемой позиции

**Решение:**

Нет высшего образования:  $t=k*36$

Бакалавриат (4 года):  $t=4+9*k$

Магистратура (2 года):  $t=4+2+7*k$

Аспирантура (3 года):  $t=4+2+3+4*k$

**Ответ:**

Нет высшего образования:  $t=k*36$

Бакалавриат (4 года):  $t=4+9*k$

Магистратура (2 года):  $t=4+2+7*k$

Аспирантура (3 года):  $t=4+2+3+4*k$

Задача 2. Рассчитать время, необходимое для выхода на целевой уровень дохода в зависимости от типа карьеры и образования. Данные для расчета – ожидаемое время продвижения по карьерной лестнице, стартовый уровень заработной платы и темп ее прироста в зависимости от образования.

**Дано:**

Образование	Количество месяцев, необходимое для повышения должности на 1 уровень
Нет высшего образования	36
Бакалавриат (4 года)	9
Магистратура (2 года)	7
Аспирантура (3 года)	4

$X$  - начальная заработная плата, рублей

$f$  - темп прироста заработной платы при переходе от ступени к ступени, %

**Найти:**

$t$  - время, необходимое для выхода на целевой уровень дохода, месяцев

**Выбор игрока:**

$Y$  - целевой уровень дохода, рублей

**Решение:**

Необходимое количество ступеней:  $k = \frac{\ln\left(\frac{Y}{X}\right)}{\ln(1+f)}$

Нет высшего образования:  $t=k*36$

Бакалавриат (4 года):  $t=4+9*k$

Магистратура (2 года):  $t=4+2+7*k$

Аспирантура (3 года):  $t=4+2+3+4*k$

**Ответ:**

Нет высшего образования:  $t=k*36$

Бакалавриат (4 года):  $t=4+9*k$

Магистратура (2 года):  $t=4+2+7*k$

Аспирантура (3 года):  $t=4+2+3+4*k$

Задача 3. Определить необходимый уровень образования для достижения целевого уровня дохода за заданный период времени. Данные для расчета – ожидаемое время продвижения по карьерной лестнице, стартовый уровень заработной платы и темп ее прироста в зависимости от образования, целевой уровень дохода и срок его достижения.

**Дано:**

Образование	Количество месяцев, необходимое для повышения должности на 1 уровень
Нет высшего образования	36
Бакалавриат (4 года)	9
Магистратура (2 года)	7
Аспирантура (3 года)	4

X - начальная заработная плата, рублей

f - темп прироста заработной платы при переходе от ступени к ступени, %

**Найти:**

Необходимый уровень образования для достижения целевого уровня дохода за заданный период времени

**Выбор игрока:**

t - время, необходимое для выхода на целевой уровень дохода, месяцев

Y - целевой уровень дохода, рублей

**Решение:**

Необходимое количество ступеней:  $k = \frac{\ln(\frac{Y}{X})}{\ln(1+f)}$

Нет высшего образования:  $\frac{t}{36k}$

Бакалавриат (4 года):  $\frac{t}{4+9k}$

Магистратура (2 года):  $\frac{t}{4+2+7k}$

Аспирантура (3 года):  $\frac{t}{4+2+3+4k}$

Если получившееся число больше 1, то за указанное время можно достичь целевого уровня дохода

**Ответ:**

Необходимый уровень образования для достижения целевого уровня дохода за заданный период времени

Задача 4. Определить необходимые виды обучения и его стоимость. Данные для расчета – типы и стоимость обучения, целевой уровень образования.

**Дано:**

Образование	Количество месяцев, необходимое для повышения должности на 1 уровень	Стоимость получения данной ступени образования
Нет высшего образования	36	0
Бакалавриат (4 года)	9	Y
Магистратура (2 года)	7	Z
Аспирантура (3 года)	4	W

X - начальная заработная плата, рублей

f - темп прироста заработной платы при переходе от ступени к ступени, %

**Найти:**

Необходимый уровень образования для достижения целевого уровня дохода за заданный период времени

**Выбор игрока:**

$t$  - время, необходимое для выхода на целевой уровень дохода, месяцев

$Y$  - целевой уровень дохода, рублей

**Решение:**

Необходимое количество ступеней:  $k = \frac{\ln(\frac{Y}{X})}{\ln(1+f)}$

Нет высшего образования:  $\frac{t}{36k}$

Бакалавриат (4 года):  $\frac{t}{4+9k}$

Магистратура (2 года):  $\frac{t}{4+2+7k}$

Аспирантура (3 года):  $\frac{t}{4+2+3+4k}$

Если получившееся число больше 1, то за указанное время можно достичь целевого уровня дохода

**Ответ:**

Необходимый уровень образования и его стоимость для достижения целевого уровня дохода за заданный период времени

Задача 5. Рассчитать возраст прекращения активной работы при условии сохранения темпов роста ожидаемой продолжительности жизни в момент выхода на пенсию и прекращения работы в возраст, соответствующий необходимости прожить столько, сколько в данный момент составляет данный показатель. Данные для расчета – темп роста ожидаемой продолжительности жизни в момент выхода на пенсию (для мужчин и женщин), ожидаемая продолжительность жизни в пенсионном возрасте в данный год (для мужчин и женщин), оставшееся время до наступления пенсионного возраста.

**Дано:**

		мужчины	женщины
$t$	темп роста ожидаемой продолжительности жизни в момент выхода на пенсию	40,00%	40,00%
	ожидаемая продолжительность жизни в пенсионном возрасте в данный год, лет	16,08	25,79
$n$	оставшееся время до наступления пенсионного возраста	25	20

**Параметры игрока:**

	пол	М
$m$	возраст	35

**Найти:**

Возраст прекращения активной работы (выхода на пенсию).

**Подсказка:**

Темп роста ожидаемой продолжительности жизни в момент выхода на пенсию – темп с которым растет граница возраста, при которой ожидаемая продолжительность жизни равна ожидаемой продолжительности жизни человека, достигшего пенсионного возраста сегодня.

**Решение:**

Пусть  $x$  - оставшееся количество лет активной жизни

Тогда:  $m + x = m + n + t * x$

Получаем:  $x = 41,6$ . Следовательно, к моменту прекращения активной работы возраст составит  $m + x = 71,6$  лет.

**Ответ:**

Возраст прекращения активной работы составляет 77 лет.

Задача 6. Рассчитать размер необходимой ежегодной индексации текущей стандартной пенсии (для простоты в рамках сценария примем ее равной прожиточному минимуму), достаточный для того, чтобы к году вашего выхода на пенсию сравняться с вашей текущей зарплатой. Данные для расчета – прожиточный минимум, оставшееся время до прекращения активной работы, текущий размер зарплаты.

**Дано:**

$w$	текущий размер заработной платы, руб. в месяц	200 000
$p$	прожиточный минимум, руб. в месяц	9 828
$n$	оставшееся время до прекращения активной работы, лет	42

**Найти:**

Ставку ежегодной индексации пенсии

**Решение:**

Пусть  $i$  – искомая ставка ежегодной индексации пенсии, в долях.

Тогда:  $p * (1 + i)^n = w$

Откуда получаем  $i = 0,0744$

**Ответ:**

Ставка ежегодной индексации пенсии составит 7,44%.

Задача 7. Рассчитать, возможно ли сохранение выплат государственной пенсии на текущем уровне на протяжении ближайших 15 лет без повышения сборов с населения согласно прогнозу Росстата о старении населения России? Данные для расчета – численность населения по возрастным группам на данный момент и в 2031 согласно среднему варианту прогноза Росстата.

**Дано:**

		Текущий год	На начало 2031 года
$m$	Численность населения моложе трудоспособного возраста, тыс. человек	26360	27246,9
$t$	Численность населения в трудоспособном возрасте, тыс. человек	84199	79056,0
$n$	Численность населения старше трудоспособного возраста, тыс. человек	35986	41489,2

**Найти:**

Возможно ли сохранение текущего уровня выплат государственной пенсии без повышения налоговых сборов?

**Подсказка:**

Для простоты примите структуру расходов и доходов государственного бюджета неизменной.

**Решение:**

Для того чтобы ответить на вопрос задачи, рассмотрим коэффициент демографической нагрузки. Данный показатель отражает долю населения нетрудоспособного возраста приходящуюся на одного человека трудоспособного возраста.

	Формула	Текущий год	2031
Коэффициент общей демографической нагрузки	$\frac{m + n}{t}$	0,74	0,87
Коэффициент демографической нагрузки пожилыми	$\frac{n}{t}$	0,43	0,52
Коэффициент демографической нагрузки молодыми	$\frac{m}{t}$	0,31	0,34

Общая демографическая нагрузка на трудоспособное население возросла, при этом возросла и доля пожилого населения, приходящаяся на одного человека трудоспособного возраста и доля населения моложе трудоспособного возраста. Поэтому можно сделать вывод, что при неизменной структуре доходов и расходов бюджета налоговое бремя на население трудоспособного возраста должно возрасти, чтобы обеспечивать тот же уровень государственных пенсий.

**Ответ:**

Нет, сохранение выплат государственной пенсии на текущем уровне при неизменном уровне налоговых сборов с трудоспособного населения невозможно. В текущем году коэффициент демографической нагрузки пожилыми составляет 0,43, а к 2031 году он уже составит 0,52 .

Задача 8. Рассчитать, сколько денег необходимо накопить к моменту выхода на пенсию, чтобы обеспечить себе выбранный уровень трат. Данные для расчета – выбранный уровень трат, возраст прекращения работы, ожидаемая продолжительность жизни на пенсии, ставка доходности накоплений.

**Дано:**

	Зарботная плата, рублей в месяц	200 000
$i$	ставка доходности накоплений	9%
$t$	ожидаемая продолжительность жизни на пенсии	16,08

Параметры принятия решений:

		1	2	3
$s$	уровень трат, руб. в месяц	стандарт	бизнес	премиум
		9828	100000	200 000

**Найти:**

Сумму накоплений к моменту выхода на пенсию.

**Решение:**

Пусть  $S$  – необходимая сумма накоплений.

Тогда можем записать приведенную сумму потока денежных средств, откуда получаем формулу для нахождения  $S$ .

$$C - s * \left(1 + \frac{i}{12}\right) - s * \left(1 + \frac{i}{12}\right)^2 - \dots - s * \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12*t} = 0$$

$$C = s * \left(1 + \frac{i}{12}\right) * \left(\frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12*t} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right) - 1}\right)$$

Подставляя в формулу параметры сценария и принятых решений, находим  $C = 4\,262\,091,84$  рубля, при выбранном уровне трат «стандарт».

**Ответ:**

Необходимая сумма накоплений составляет 4 262 091,84 рубля.

Задача 9. Рассчитать, какую сумму необходимо откладывать ежемесячно, используя депозит как способ накопления для обеспечения старости. Данные для расчета - ставка по депозиту, рассчитанный ранее необходимый размер накоплений, рассчитанное ранее время до выхода на пенсию.

**Дано:**

$i$	ставка по депозиту, % годовых	8,50%
$C$	необходимый размер накоплений	4 262 091,84
$n$	время до выхода на пенсию	42

**Найти:**

Ежемесячную сумму взносов на депозит.

**Решение:**

Нам необходимо к моменту выхода на пенсию, к периоду  $n$  накопить сумму  $C$ . Пусть сумма ежемесячного взноса составляет  $s$ .

Тогда, используя формулу приведенной суммы денежного потока, составим уравнение:

$$s * \left(\frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}}\right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12*n} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} = C$$

$$\frac{C}{\left(\frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}}\right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12*n} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}} = s$$

Подставляя необходимые значения, получаем  $s = 886,05$  рублей.

**Ответ:**

Ежемесячная сумма взносов на вклад составит 887 рублей.

Задача 10. При условии изобретения волшебного лекарства, продляющего активную жизнь (до выхода на пенсию) на 10 лет по сравнению с текущим вариантом развития событий, рассчитайте, какую максимальную цену вам будет выгодно за него заплатить. Данные для расчета – ожидаемый уровень заработной платы в течение 10 лет (после принятия лекарства), ставка депозита.

**Дано:**

$w$	Ожидаемый уровень заработной платы в течение 10 лет (после принятия лекарства, руб. в месяц)	100000
$i$	ставка по депозиту, % годовых	8,50%

**Найти:**

Максимальную стоимость лекарства, которое продлит период активной жизни на 10 лет, которую выгодно заплатить.

**Решение:**

Максимальная стоимость такого лекарства должна не превышать приведенную сумму доходов, которые станут возможно получить при его использовании.

Пусть  $X$  – стоимость лекарства в рублях в момент совершения покупки. Тогда запишем уравнения:

$$X = w * \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)} + w * \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^2} + \dots + w * \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12*t}}$$

$$X = w * \left( \frac{\left(\left(\frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)}\right)^{12} - 1\right)}{-\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(\frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)}\right)^{12} - 1}{\left(\frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)}\right)^{12} - 1}$$

Подставляя в уравнение параметры сценария и задачи, найдем  $X = 8\,122\,577$  рублей.

**Ответ:**

Максимальная стоимость лекарства составляет 8 122 577 рублей.

Задача 11. При условии возможности смены профессии на ту, которая позволяет одновременно продолжать работать и получать пенсию (т.е. не зависит от продолжительности активной жизни), но с моментальным дисконтом дохода, рассчитайте, максимальный размер дисконта к доходу, при котором вам будет выгодно сменить профессию. Данные для расчета – рассчитанные ранее продолжительность активной жизни, необходимый уровень сбережений к моменту выхода на пенсию.

**Дано:**

$w_1$	Зарботная плата, рублей в месяц	200 000
$i$	ставка по депозиту, % годовых	8,50%
$n$	ожидаемая продолжительность активной жизни	20
$t$	ожидаемая продолжительность работы после выхода на пенсию	7

**Найти:**

Максимальный размер дисконта к текущему уровню дохода.

**Подсказка:**

Считайте, что заработная плата выплачивается единовременно в конце каждого месяца.

**Решение:**

Пусть  $w_2$ - заработная плата при смене профессии, тогда искомая сумма дисконта определяется как разница между  $w_1$  и  $w_2$ .

Выгодно сменить профессию только в том случае, когда приведенная стоимость упущенных доходов за период активной жизни будет не больше, чем приведенная стоимость доходов, полученных благодаря возможности работать после выхода на пенсию (дополнительные годы работы).

Составим следующие уравнения:

$$1) w_2 * \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)} + w_2 * \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^2} + \dots + w_2 * \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12*t}} =$$

$$= (w_1 - w_2) + (w_1 - w_2) * \left(1 + \frac{i}{12}\right) - \dots - (w_1 - w_2) * \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12*n}$$

$$2) w_2 * \left( \frac{\left(\frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)}\right)^{12} - 1}{-\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(\frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)}\right)^{12*t} - 1}{\left(\frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)}\right)^{12} - 1} =$$

$$= (w_1 - w_2) * \left( \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{i}{12}} \right) * \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12*n} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1}$$

Подставляя в уравнение 2) параметры сценария и задачи, находим  $w_2 = 181\,583,15$  рубля. Тогда искомая сумма дисконта составит 18 416,85 рублей.

**Ответ:**

Максимальный размер дисконта составляет 18 416 рублей.